

## Aufgabengruppe A

### AI

- 1 Von der ganzrationalen Funktion  $f : x \mapsto f(x)$ ,  $D_f = \mathbf{R}$  dritten Grades ist die zweite Ableitung  $f''(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$  gegeben.  
Der Graph  $G_f$  schneidet die  $x$ -Achse an der Stelle  $x_1 = -1$  und die  $y$ -Achse im Punkt  $P(0 | \frac{5}{4})$ .  
Bestimmen Sie den Funktionsterm  $f(x)$ . (5 BE)
- 2.0 Gegeben sind die Funktionen  $g_a : x \mapsto \frac{1}{4}(x+1)(x^2 - 10x + a)$  mit  $D_{g_a} = \mathbf{R}$  und  $a \in \mathbf{R}$  und  $a > 0$ .
- 2.1 Zeigen Sie, dass sich  $g_a(x)$  auch in der Form  $g_a(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 9x^2 + ax - 10x + a)$  darstellen lässt und dass für  $a = 5$  gilt:  $g_5(x) = f(x)$  mit der Funktion  $f$  aus Teilaufgabe 1. (3 BE)
- 2.2 Berechnen Sie, für welche Werte von  $a$  der Graph der Funktion  $g_a$  keinen Extrempunkt besitzt. (6 BE)
- Für die folgenden Teilaufgaben ist  $a = 25$  mit  $g_{25}(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 9x^2 + 15x + 25)$ .
- 2.3 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion  $g_{25}$ . (3 BE)
- 2.4 Ermitteln Sie Art und Koordinaten sämtlicher Extrempunkte des Graphen der Funktion  $g_{25}$ . (6 BE)
- 2.5 Bestimmen Sie die maximalen Intervalle, in denen der Graph der Funktion  $g_{25}$  rechts- bzw. linksgekrümmt ist sowie die Koordinaten seines Wendepunktes. (4 BE)
- 2.6 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $g_{25}$  im Bereich  $-1 \leq x \leq 7$  mit Hilfe vorliegender Ergebnisse und geeigneter Funktionswerte in ein Koordinatensystem. Maßstab auf beiden Achsen: 1 LE = 1 cm (5 BE)

Fortsetzung siehe nächste Seite

Fortsetzung A I

3.0 Gegeben ist weiter die Funktion

$$p: x \mapsto \frac{1}{4}(x-5)^2 - (x-5) \text{ mit } D_p = \mathbf{R}.$$

3.1 Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen der Funktionen  $g_{25}$  und  $p$ . (7 BE)

3.2 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $p$  im Bereich  $0 \leq x \leq 10$  in das vorhandene Koordinatensystem ein. (3 BE)

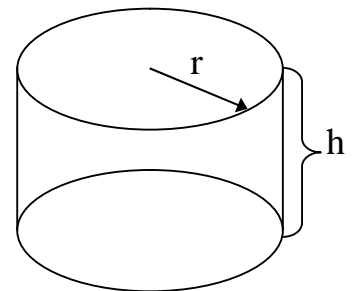
3.3 Die Graphen der Funktionen  $g_{25}$  und  $p$  schließen zwei endliche Flächenstücke ein. Berechnen Sie die Flächenmaßzahl des weiter links liegenden Flächenstücks. (5 BE)

4 Gegeben ist nun die Funktion

$$h: x \mapsto \begin{cases} g_{25}(x) & \text{für } x \leq 5 \\ p(x) & \text{für } x > 5 \end{cases}$$

Die Funktion  $h$  ist stetig bei  $x_0 = 5$  (Nachweis nicht erforderlich!). Untersuchen Sie, ob  $h$  an der Stelle  $x_0 = 5$  differenzierbar ist. (4 BE)

5.0 Eine zylinderförmige Trommel (siehe Skizze) besitzt die Gesamtoberfläche  $2400 \cdot \pi \text{ cm}^2$ . Der Klang der Trommel hängt auch von der Oberfläche und dem Volumen ab. Die Boden- und Deckfläche der Trommel sind mit Fell bespannt. Durch die erhältlichen Fellgrößen ergibt sich, dass ein Radius  $r$  von 12 cm bis 30 cm möglich ist.



Führen Sie die folgenden Rechnungen ohne Einheiten durch.

5.1 Stellen Sie eine Gleichung für das Volumen  $V(r)$  der Trommel in Abhängigkeit von  $r$  auf.

[Ergebnis:  $V(r) = \pi \cdot (1200r - r^3)$ ] (4 BE)

5.2 Berechnen Sie  $r$  so, dass das Volumen der Trommel den größten Wert (und damit die Trommel den tiefsten Ton) annimmt. (5 BE)