2009 AII 1.1) $x_1 = 0$ ✓ $\frac{x^2}{k} - k - 1 = 0$ ✓ $x^2 = k(k+1)$ ✓ $x_{2,3} = \pm\sqrt{k(k+1)}$ ✓

$x_{2,3} = 0$ für $k = -1$ ✓ (und $k = 0$) d.h. 3-fache Nst. für $k = -1$ ✓

$k(k+1) < 0$ für $-1 < k < 0$ $\Rightarrow$ nur einf. Nst. $x_1 = 0$ ✓

$k(k+1) > 0$ für $k < -1$ oder $k > 0$ $\Rightarrow$ drei einfache Nst. ✓

1.2) TEP für $k = -1$, da 3-fache Nullst.

1.3) $3 = -3\left(\frac{9}{k} - k - 1\right)$ ✓ $\Leftrightarrow 1 = -\frac{9}{k} + k + 1 \Leftrightarrow 0 = k - \frac{9}{k}$ ✓

4 $\Rightarrow 0 = k^2 - 9$ ✓ $k = \pm 3$ ✓

2.1) $f_3'(x) = x^2 - 4$ ✓ $x^2 - 4 = 0$ $x_{1,2} = \pm 2$ ✓

$y_1 = \frac{8}{3} - 8 = -\frac{16}{3}$ $y_2 = \frac{16}{3}$ ✓

	$x <$	-2	$< x <$	2	$< x$
f'	+		−		+
G_f	steigt		fallt		steigt

6

HOP$(-2/\frac{16}{3})$ TIP$(2/-\frac{16}{3})$ ✓

str. mo st. in $]-\infty/-2] \cup [2/\infty[$ ✓

str. mo. f. in $[-2/2]$ ✓

2.2) WEP: $f_3''(x) = 2x = 0$ ✓ $\Leftrightarrow x = 0$ ✓ (folgt auch wg. Punktsymm.)

WEP$(0/0)$, da einfache Nst. von f'' ✓ (mit VZW) (oder $f'''(x) = 2 \neq 0$)

Kleinste Steigg, da $f'''(x) > 0$ ✓ (d.h. Minimum von f')

5 Kleinste Steigg folgt auch aus Monotonietabelle: WEP mit negativer Steig.

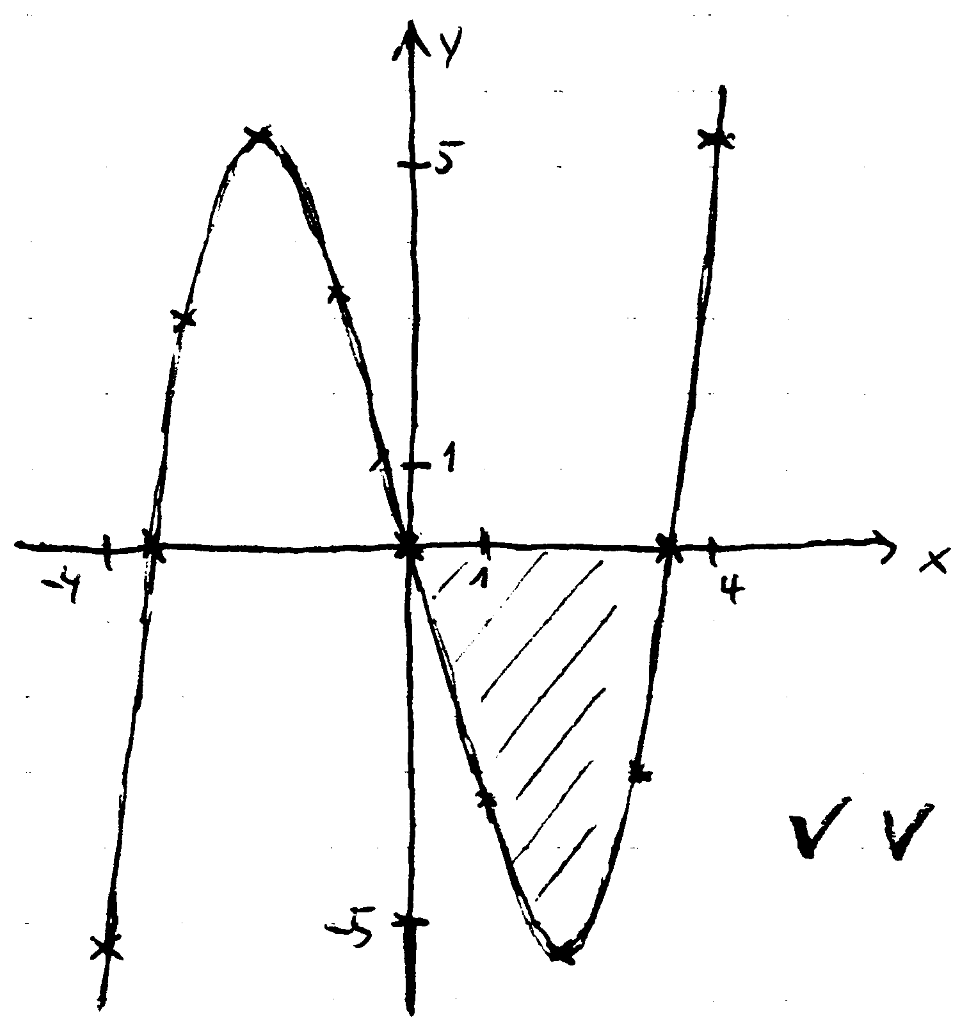
keine maximale Stg., da $f'(x) \to \infty$ für $x \to \pm\infty$ ✓

2.3) $x_1 = 0$ $x_{2,3} = \pm\sqrt{12} \approx \pm 3{,}46$ ✓ $f(4) = \frac{64}{3} - 16 = \frac{16}{3}$ $f(-4) = -\frac{16}{3}$ ✓

$f(1) = -3\frac{2}{3}$

$f(3) = -3$

5



✓✓✓

$F(x) = \frac{x^4}{12} - 2x^2$ ✓✓ (2.4

$\int_0^{\sqrt{12}} f(x)\,dx = \frac{\sqrt{12}^4}{12} - 2\sqrt{12}^2 = 12 - 2\cdot 12 = -12 \Rightarrow A = 12$ FE ✓✗ ✓✗ 4

$g'(x) = 0$ ✓ $\Rightarrow$ g hat Horizontalpunkt (3.1

für $x = -3$ ✓ VZW von + nach − ✓ $\Rightarrow$ HOP

für $x = -1$ ✓ VZW v. − nach + ✓ $\Rightarrow$ TIP 7

WEP bei Minimum ✓ von g' d.h. bei $x = -2$ ✓

Graph ist Normalparabel ✓ (3.2

$\cancel{g(x)} g'(x) = (x+3)(x+1)$ ✓✓ oder $g'(x) = (x+2)^2 - 1$

$= x^2 + 4x + 3$ 7

$g(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x + c$ ✓✓ $g(-2) = 0$ ✓

$0 = -\frac{8}{3} + 8 - 6 + c \Rightarrow c = \frac{2}{3}$ ✓

$h + d \leq 100$ ✓ $h = 100 - d$ $\mathbb{D} =]0/100[$ ✓ (4.1

$V = r^2\pi \cdot h$ ✗ $= \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot h$ ✓ $V(d) = \frac{d^2}{4} \cdot \pi \cdot (100 - d)$ ✓✗ $= \frac{\pi}{4}(100d^2 - d^3)$ 5

$V'(d) = \frac{\pi}{4}(200d - 3d^2)$ ✓ (4.2

$200d - 3d^2 = 0$ ✓ $d(200 - 3d) = 0$ ✓ $(d_1 = 0)$ $d_2 = \frac{200}{3}$ ✓

$V''(d) = \frac{\pi}{4}(200 - 6d)$ ✓ 7

$V''\left(\frac{200}{3}\right) = \frac{\pi}{4}\left(200 - \frac{6\cdot 200}{3}\right) = -\frac{\pi}{4}\cdot 200 < 0$ ✓ $\Rightarrow$ Maximum bei d_2

[Randwerte sind 0]

$d = \frac{200}{3} \Rightarrow h = 100 - \frac{200}{3} = \frac{100}{3}$ ✓

$\left[V = \left(\frac{100}{3}\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{100}{3} = \frac{1000000\,\pi}{27}\right]$ nicht verl.

<u>Anmerkungen</u>

$f_k'(x) = \frac{3x^2}{k} - k - 1 = 0$ doppelte Nst. wenn $-k - 1 = 0$ zu 1.2)

oder $f_k''(x) = \frac{6x}{k} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f'(0) = -k - 1 = 0$

auch über $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ zu 3.2)

$g'(-1) = 0$ $g'(-3) = 0$ $g'(-2) = -1$ o.ä. $g''(-2) = 0$

$g(-2) = 0$