

Aufg.	2009 A II	BE																				
1.1	$x \left(\frac{x^2}{k} - k - 1 \right) = 0; \quad x_1 = 0 \quad \vee \quad \frac{x^2}{k} - k - 1 = 0; \quad x^2 = k^2 + k = k(k+1)$ <p>(z.B. mit Hilfe einer Skizze)</p> <p>1. Fall: $-1 < k < 0$: einfache NS bei $x_1 = 0$.</p> <p>2. Fall: $k = -1$: dreifache NS $x_{1/2/3} = 0$.</p> <p>3. Fall: $k < -1 \vee k > 0$: $x_1 = 0$ und $x_{2/3} = \pm \sqrt{k^2 + k}$ jeweils einfache NS</p>	8																				
1.2	<p>Für $k_0 = -1$ hat der zugehörige Graph eine dreifache Nullstelle: $x_{1/2/3} = 0$.</p> <p>Also ist der Punkt $T(0 0)$ für den Graphen von f_{-1} Terrassenpunkt.</p>	2																				
1.3	$f_k(-3) = 3 \Leftrightarrow -3 \cdot \left(\frac{9}{k} - k - 1 \right) = 3 \Leftrightarrow k^2 - 9 = 0. \quad k_{1/2} = \pm 3$	4																				
2.1	$f_3(x) = \frac{x^3}{3} - 4x; \quad f_3'(x) = x^2 - 4$ $f_3'(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \vee x < -2$ <p>Demnach ist f_3 echt monoton zunehmend in $] -\infty; -2]$ sowie in $[2; +\infty [$</p> <p>f_3 ist echt monoton abnehmend in $[-2; +2]$</p> <p>Aus dem Steigungsverhalten ergibt sich: $H\left(-2 \mid \frac{16}{3}\right); \quad T\left(2 \mid -\frac{16}{3}\right)$</p>	6																				
2.2	<p>Gesucht ist die Minimalstelle von f_3'; daher: $f_3''(x) = 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.</p> <p>Wegen $f_3'''(0) = 2 > 0$ handelt es sich hierbei um eine rel. Minimalstelle von f_3'</p> <p>Weil $f_3'(x) \rightarrow \pm\infty$ für $x \rightarrow \infty$ gilt, ist es sogar eine absolute Minimalstelle.</p> <p>Zudem folgt aus diesem Grenzwert, dass es eine Maximalstelle nicht geben kann: die Steigung geht gegen unendlich.</p>	5																				
2.3	<p>Nullstellen: $x_1 = 0; \quad x_{2/3} = \pm 2\sqrt{3} \approx \pm 3,46$</p> <p>(Graph siehe nächste Seite)</p> <table border="1" data-bbox="281 2006 1810 2113"> <tr> <td>x</td> <td>-4</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$f_3(x)$</td> <td>-5,33</td> <td>3</td> <td>5,33</td> <td>3,67</td> <td>0</td> <td>-3,67</td> <td>-5,33</td> <td>-3</td> <td>5,33</td> </tr> </table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$f_3(x)$	-5,33	3	5,33	3,67	0	-3,67	-5,33	-3	5,33	5
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4													
$f_3(x)$	-5,33	3	5,33	3,67	0	-3,67	-5,33	-3	5,33													
2.4	$A = \left \int_0^{\sqrt{12}} \left(\frac{1}{3}x^3 - 4x \right) dx \right = \left \left[\frac{1}{12}x^4 - 2x^2 \right]_0^{\sqrt{12}} \right = 12 - 24 = 12$	4																				
3.1	<p>Für $x_1 = -3$ sowie $x_2 = -1$ hat der gegebene Graph von g' Nullstellen.</p> <p>Daher hat der Graph von g dort Stellen mit waagrechter Tangente.</p> <p>Bei $x_1 = -3$ ist der Vzw. von g' von $+$ nach $-$; daher dort rel. Max. von g;</p> <p>bei $x_1 = -1$ ist der Vzw. von g' von $-$ nach $+$; daher dort rel. Min. von g.</p> <p>Bei $x_3 = -2$ hat der Graph von g' eine Minimalstelle;</p> <p>daher hat der Graph von g bei $x_3 = -2$ eine Wendestelle.</p>	7																				

Aufg.	A II	BE
3.2	<p>z.B. $g'(x) = a(x+2)^2 - 1$; z.B. mit $g'(-1) = 0$ erhält man $a = 1$, also $g'(x) = (x+2)^2 - 1 = x^2 + 4x + 3$</p> <p>$g_c(x) = \int (x^2 + 4x + 3) dx = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x + c$</p> <p>$g(-2) = 0 \Leftrightarrow c = \frac{2}{3}$ und damit: $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$</p>	7
4.1	<p>$V_{\text{Zyl.}} = r^2 \pi h = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi h = \frac{1}{4} d^2 \pi h$; $d + h = 100 \Leftrightarrow h = 100 - d$; $D_V =]0; 100[$</p> <p>$V(d) = \frac{1}{4} d^2 \pi (100 - d) = \pi \left(25d^2 - \frac{1}{4} d^3 \right)$</p>	5
4.2	<p>$V'(d) = \pi \left(50d - \frac{3}{4} d^2 \right)$</p> <p>$V'(d) = 0 \Leftrightarrow d \left(50 - \frac{3}{4} d \right) = 0$; $(d_1 = 0 \notin D_d)$ $d_2 = \frac{200}{3} (\approx 66,67)$</p> <p>Randvergleich: $\lim_{d \rightarrow 0} V(d) = 0$; $\lim_{d \rightarrow 100} V(d) = 0$; daher abs. Max. der stetigen Funktion V für $d = d_2$.</p> <p>Zugehörige Höhe des Päckchens: $h = \frac{100}{3} (\approx 33,33)$</p>	7
	<p>Graph zu 2.3:</p> 	