

1.1

$a=0$: 2 Nullstellen: $x_{1/2}=0$ (doppelt); $x_{3/4}=5$ (doppelt) ✓

$a=5$: 2 Nullstellen: $x_1=0$ (einfach); $x_{2/3/4}=5$ (dreifach) ✓

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0; 5\}$: 3 Nullstellen: $x_1=0$; $x_2=a$ (beide einfach); $x_{3/4}=5$ (doppelt) ✓
 $(a \neq 0 \wedge a \neq 5)$ ✓

1.2

$$f_a(4) = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{8} \cdot 4(4-a)(4-5)^2 = -\frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$-\frac{1}{2}(4-a) = -\frac{1}{2}$$

$$4-a = 1$$

$$a = 3 \quad \checkmark$$

2.1

$$-\frac{1}{8}x(x-3)(x-5)^2 = \left(-\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{8}x\right)(x^2 - 10x + 25)$$

$$= -\frac{1}{8}(x^2 - 3x)(x^2 - 10x + 25) \quad \checkmark$$

$$= -\frac{1}{8}(x^4 - 10x^3 + 25x^2 - 3x^3 + 30x^2 - 75x)$$

$$= -\frac{1}{8}(x^4 - 13x^3 + 55x^2 - 75x), \text{ w.z.b.w. } \checkmark$$

2.2

$$f'(x) = -\frac{1}{8}(4x^3 - 39x^2 + 110x - 75) = 0 \quad \underline{x_1 = 1} \quad \checkmark$$

$$(4x^3 - 39x^2 + 110x - 75) : (x-1) = 4x^2 - 35x + 75$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 4x^2 \\ \hline -35x^2 + 110x \quad \checkmark \checkmark \\ -35x^2 + 35x \\ \hline 75x - 75 \\ 75x - 75 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$4x^2 - 35x + 75 = 0$$

$$D = 25$$

$$x_{2/3} = \frac{35 \pm 5}{8}$$

$$\underline{x_2 = 5} \quad \checkmark; \quad \underline{x_3 = 3,75} \quad \checkmark$$

Monotonietabelle:

	$x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 3,75$	$x = 3,75$	$3,75 < x < 5$	$x = 5$	$x > 5$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
G_f	steigt	HOP	fällt	TIP	steigt	HOP	fällt

oder

$$f''(x) = -\frac{1}{8}(12x^2 - 78x + 110) \quad \checkmark$$

$$f''(1) = -5,5 < 0 \Rightarrow \text{bei } x=1 \text{ HOP } \checkmark$$

$$f''(3,75) = 1,72 > 0 \Rightarrow \text{bei } x=3,75 \text{ TIP } \checkmark$$

$$f''(5) = -2,5 < 0 \Rightarrow \text{bei } x=5 \text{ HOP } \checkmark$$

$$\text{HOP}(1 | 4) \quad \checkmark$$

$$\text{TIP}(3,75 | -0,55) \quad \checkmark$$

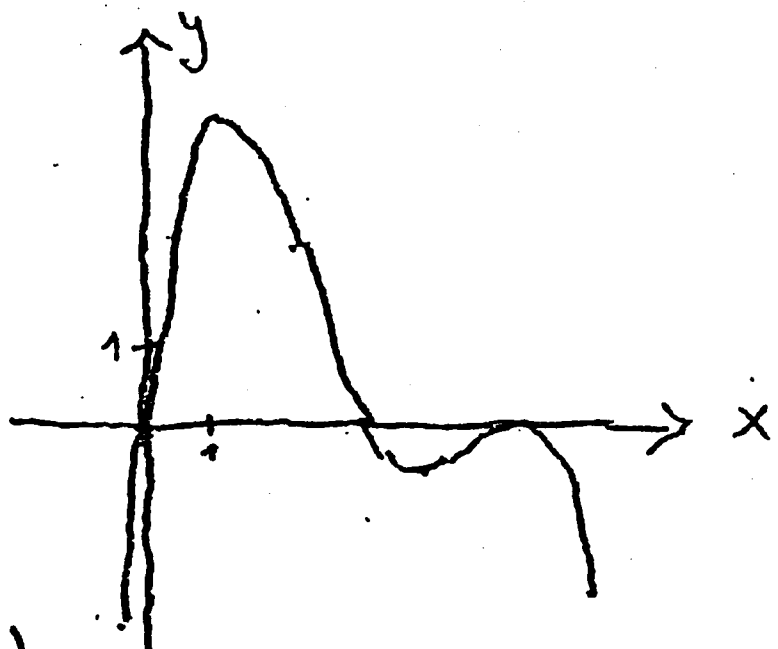
$$\text{HOP}(5 | 0)$$

oder

G_p kommt von unten und geht nach unten;
drei einfache Nst. von f' , also Extremstellen von f ✓✓
⇒ bei $x=1$ HOP, bei $x=3,75$ TIP und bei $x=5$ HOP.

x	-0,25	0	1	2	3	4	5	6
y	-2,8	0	4	2,25	0	-0,5	0	-2,25

2.3



3 Nst. ✓

HOP ✓

TIP ✓

Sauberheit (Exaktheit) ✓

④

$$A = \int_5^3 f(x) dx = -\frac{1}{8} \left[\frac{1}{5} x^5 - \frac{13}{4} x^4 + \frac{55}{3} x^3 - \frac{75}{2} x^2 \right]_5^3$$

2.4

$$= -\frac{1}{8} \left[\frac{243}{5} - \frac{1053}{4} + \frac{1485}{3} - \frac{675}{2} - \left(\frac{3125}{5} - \frac{8125}{4} + \frac{6875}{3} - \frac{1875}{2} \right) \right]$$

④

$$= -\frac{1}{8} \left(-57 \frac{3}{20} + 52 \frac{1}{12} \right) = -\frac{1}{8} \cdot \left(-5 \frac{1}{15} \right)$$

$$= \frac{19}{30} = 0,63 \checkmark$$

Fläche im 1. Quadrant 1P

3.1

$$A(t) = \frac{1}{8}(t^3 + at^2 + bt + c) \Rightarrow$$

$$A'(t) = \frac{1}{8}(3t^2 + 2at + b) \checkmark$$

(6)

$$A(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{8}c = 1 \Rightarrow \underline{c = 8} \checkmark$$

$$A(2) = 5 \Rightarrow \frac{1}{8}(8 + 4a + 2b + 8) = 5 \Rightarrow \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}b = 3 \checkmark$$

$$A'(2) = 0 \Rightarrow \frac{1}{8}(12 + 4a + b) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}a + \frac{1}{8}b = -\frac{3}{2} \checkmark$$

$$\frac{1}{8}b = \frac{9}{2}$$

$$\underline{b = 36} \Rightarrow \underline{a = -12} \checkmark$$

$$\{ A(t) = \frac{1}{8}(t^3 - 12t^2 + 36t + 8) \}$$

3.2

(2)

$$A(0,125) = 1,5393 \approx 1,5 \text{ [mm}^2\text{]}$$

3.3

$$A''(t) = \frac{1}{8}(6t - 24) \checkmark = 0 \checkmark \Rightarrow t_w = 4 \checkmark > 2 \Rightarrow$$

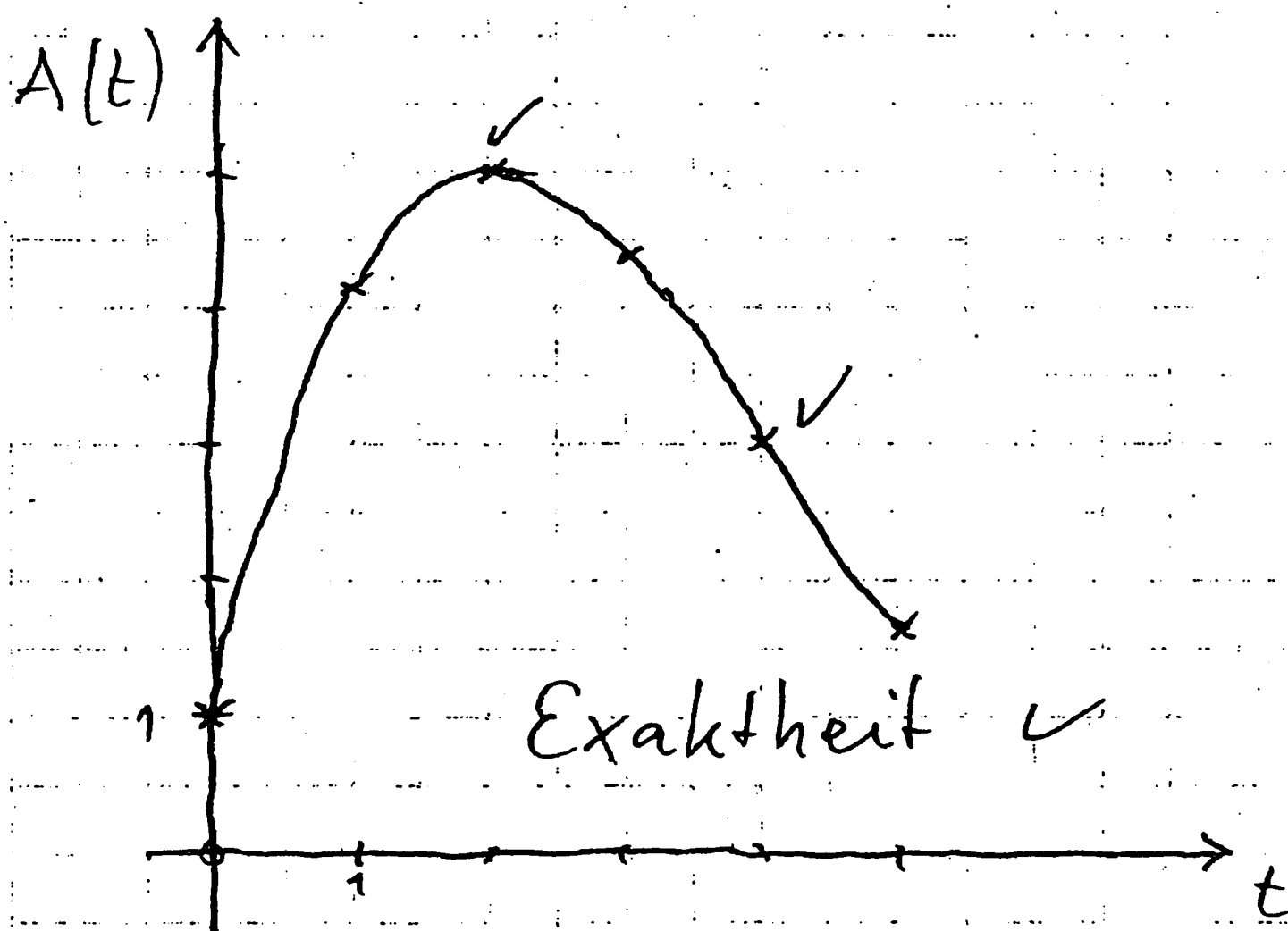
t_w liegt zwischen der Maximal- und der Minimalstelle von $A \checkmark$
 $\Rightarrow$ Nach 4 Tagen nimmt die von den Bakterien bedeckte Fläche am stärksten ab. $\checkmark$

(5)

3.4

t	0	1	2	3	4	5
A(t)	1	4,125	5	4,375	3	1,625

(3)



$$O(a; h) = 2a \cdot a + 2 \cdot 2a \cdot h + 2 \cdot a \cdot h = 4 \checkmark$$

4.1

$$2a^2 + 6ah = 4$$

$$6ah = 4 - 2a^2$$

$$h = \frac{4 - 2a^2}{6a} = \frac{2 - a^2}{3a} \checkmark$$

(4)

$$V(a; h) = 2a \cdot a \cdot h = 2a^2 h \checkmark \Rightarrow$$

$$V(a) = 2a^2 \cdot \frac{2 - a^2}{3a} = \frac{2}{3}a(2 - a^2) = \frac{4}{3}a - \frac{2}{3}a^3 \checkmark$$

$$a > 0 \checkmark \wedge h > 0 \checkmark \Rightarrow 2 - a^2 > 0 \checkmark \Rightarrow a < \sqrt{2} \checkmark$$

4.2

$$\Rightarrow D(V) =]0; \sqrt{2}[\checkmark$$

(5)

oder

$$V(a) > 0 \checkmark \Rightarrow \underbrace{\frac{2}{3}a}_{>0} \underbrace{(2 - a^2)}_{>0 \checkmark} > 0 \Rightarrow a < \sqrt{2} \checkmark$$

$$\wedge a > 0 \checkmark$$

$$\Rightarrow D(V) =]0; \sqrt{2}[\checkmark$$

$$V'(a) = \frac{4}{3} - 2a^2 \checkmark = 0 \checkmark$$

$$a^2 = \frac{2}{3}$$

4.3

$$a = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{6} = 0,8165 \approx 0,82 \text{ [m]} \quad (7)$$

$$V''(a) = -4a \checkmark < 0 \text{ für alle } a > 0 \checkmark \Rightarrow$$

Für $a = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ [m]}$ wird das Dachvolumen maximal $\checkmark$

$$h = \frac{2 - \frac{2}{3}}{3 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}} \approx 0,54 \text{ [m]} \checkmark$$

oder

$$\text{Grundfläche } G = 2a^2 = \frac{4}{3} \text{ [m}^2\text{]} \checkmark$$

$$\Rightarrow h = \frac{V_{\max}}{G} = \frac{0,726}{\frac{4}{3}} \approx 0,54 \text{ [m]} \checkmark$$