

Lösung Fachabitur 2011 - A1

1) $x_1 = a$ ✓

$x^2 + 3x - 10 = 0$ ✓

$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$ ✓; $x_{2,3} = \frac{-3 \pm 7}{2}$; $x_2 = 2$ $x_3 = -5$ ✓

6P

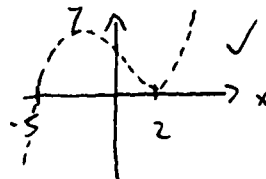
für $a = 2$: doppelte NS bei $x = 2$ einfache NS bei $x = -5$ ✓

für $a = -5$: doppelte NS bei $x = -5$ einfache NS bei $x = 2$ ✗

sonst: drei einfache NS $x_1 = a$ $x_2 = 2$ $x_3 = -5$ ✓

2.1) nach 1. ist bei $x = 2$ eine Extremstelle ✓ und eine NS bei $x = -5$:

3P



⇒ Gf hat zwischen $x = -5$ und $x = 2$ einen weiteren Extrempunkt ✓

2.2) $f(x) = \frac{1}{4}(x^3 + x^2 - 16x + 20)$

$f'(x) = \frac{1}{4}(3x^2 + 2x - 16)$ ✓ $f''(x) = \frac{1}{4}(6x + 2)$ ✓

$3x^2 + 2x - 16 = 0$ ✗

6P

$D = 4 - 4 \cdot 3 \cdot (-16) = 196$ ✓ $x_{1,2} = \frac{-2 \pm 14}{6}$

$x_1 = 2$ ✓ $x_2 = -\frac{8}{3}$ $f''(2) = \frac{14}{4} > 0 \Rightarrow \text{TiP}$ ✗

$\gamma_1 = 0$ ✗ $\gamma_2 = 5,65$ ✓ $f''(-\frac{8}{3}) = -\frac{14}{4} < 0 \Rightarrow \text{HoP}$ ✓

2.3) $6x + 2 = 0$ ✗ $\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ ✓

$x \in$	$] -\infty; -\frac{1}{3} [$	$-\frac{1}{3}$	$] -\frac{1}{3}; +\infty [$	
f''	-	0	+	✓
Gf	rechtsgekr.	WP	linksgekr.	✓

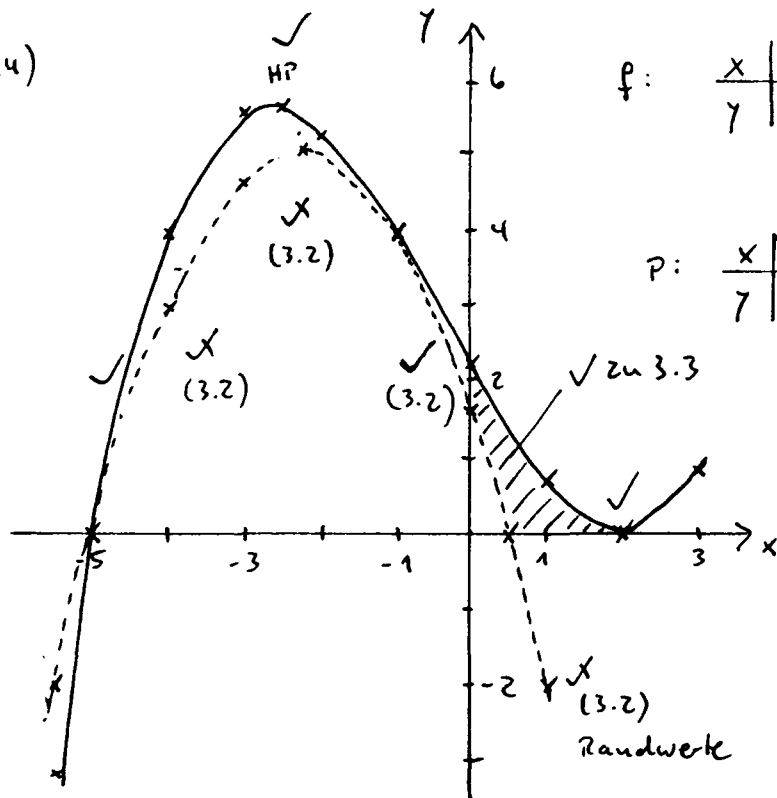
4P

Rechtskrümmung

Linkskrümmung

✗

2.4)



$$f: \begin{array}{c|c|c|c} x & -5.5 & 1 & 3 \\ \hline y & -3\frac{1}{2} & \frac{2}{3} & \frac{8}{9} \\ \hline & x & & x \end{array}$$

$$p: \begin{array}{c|c|c} x & -5.5 & 1 \\ \hline y & -2 & -2 \\ \hline \end{array}$$

4 P

$$3.1) \quad f(-1) = 4 \quad ; \quad f'(-1) = -\frac{5}{3}$$

$$p(x) = ax^2 + bx + c$$

$$p'(x) = 2ax + b$$

$$\text{I. } p(-1) = 4 \Rightarrow a - b + c = 4 \quad \checkmark$$

$$\text{II. } p'(-1) = -\frac{5}{3} \Rightarrow -2a + b = -\frac{5}{3} \quad \checkmark$$

$$\text{III. } p'(-\frac{9}{4}) = 0 \Rightarrow -\frac{9}{2}a + b = 0 \quad \checkmark$$

$$\text{II.} - \text{III. } \frac{5}{2}a = -\frac{5}{3} \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \quad \checkmark$$

$$\text{in II. } -2 \cdot (-\frac{2}{3}) + b = -\frac{5}{3} \Rightarrow b = -\frac{5}{3} \quad \checkmark$$

$$\text{in I. } -\frac{2}{3} + 3 + c = 4 \Rightarrow c = \frac{5}{3} \quad \checkmark$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{II.} - \text{III. } \frac{5}{2}a = -\frac{5}{3} \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \quad \checkmark \\ \text{in II. } -2 \cdot (-\frac{2}{3}) + b = -\frac{5}{3} \Rightarrow b = -\frac{5}{3} \quad \checkmark \\ \text{in I. } -\frac{2}{3} + 3 + c = 4 \Rightarrow c = \frac{5}{3} \quad \checkmark \end{array} \right\} p(x) = -\frac{2}{3}x^2 - 3x + \frac{5}{3}$$

$$3.2) \quad -\frac{2}{3}x^2 - 3x + \frac{5}{3} = 0$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot (-\frac{2}{3}) \cdot (\frac{5}{3}) = \frac{121}{9} \approx 13,44 \quad \checkmark$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2 \cdot (-\frac{2}{3})} \quad ; \quad x_1 = -5 \quad x_2 = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$x_s = \frac{-5 + \frac{1}{2}}{2} = -\frac{9}{4} = -2,25 \quad (\text{vorgabe}) \quad 5 P$$

$$y_s = \frac{121}{24} = 5,04 \quad \checkmark$$

$$3.3) \quad A = \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 p(x) dx = \left[\frac{1}{9} \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 8x^2 + 20x \right) \right]_0^2 \quad \checkmark$$

$$= \left[-\frac{2}{9}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{3}x \right]_0^{1/2} = (1,63 - 0) - (0,43 - 0) \quad \checkmark$$

$$= 1,20 \text{ FE} \quad \checkmark$$

7 P

$$(\text{nur } \int_0^2 f(x) \rightarrow 3 P / 6 P)$$

$$\int_{-1,5}^2 (f(x) - p(x)) dx \rightarrow 4 P / 6 P$$

4) ^{und $h_2(x)$} Seien $h_1(x)$ definiert in $\mathbb{R}$ dann gilt! ✓

$$\text{Stetigkeit: } \left. \begin{array}{l} h_1(-1) = \frac{1}{4}(-1+1+16+20) = 4 \\ h_2(-1) = \frac{4}{9}(1+4+4) = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} h(x) \text{ ist bei } x=-1 \\ \text{stetig} \end{array} \quad \checkmark$$

5P

Differenzierbarkeit:

() falls stetigkeit
nicht nachgewiesen

$$\left. \begin{array}{l} h_1'(x) = \frac{1}{4}(3x^2 + 2x - 16) \\ h_2'(x) = \frac{4}{9}(2x - 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1'(-1) = -\frac{15}{4} = -\frac{5}{3} \\ h_2'(-1) = -\frac{24}{9} = -\frac{8}{3} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \checkmark \\ \checkmark \end{array} \right\} \begin{array}{l} h(x) \text{ ist bei } x=-1 \\ \text{nicht differenzierbar} \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} \text{5.1) NB: } V &= \left(\frac{1}{2} \cdot 0,5x \cdot \frac{3}{4}h + \frac{0,5x+x}{2} \cdot \frac{1}{4}h \right) \cdot x \rightarrow \max \\ V &= \left(\frac{3}{16}xh + \frac{3}{16}x \cdot h \right) \cdot x = \frac{3}{8}hx^2 \end{aligned}$$

$$\text{NB: } x + x + h = 8 \Rightarrow h = 8 - 2x$$

7P

$$\text{ZF: } V(x) = \frac{3}{8}x^2(8-2x) = -\frac{3}{4}x^3 + 3x^2$$

$$\text{D: } x \in]0, 4[\quad (\text{aus NB oder Skizze}) \quad \text{nach NB-Lösung auch: } [0, 4]$$

$$\text{5.2) } V'(x) = -\frac{9}{4}x^2 + 6x \quad V''(x) = -\frac{9}{2}x + 6$$

$$-\frac{9}{4}x^2 + 6x = 0$$

$$-\frac{9}{4}x(x - \frac{8}{3}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \notin \text{D} \quad x_2 = \frac{8}{3} \approx 2,67 \text{ cm}$$

6P

$$V''\left(\frac{8}{3}\right) = -\frac{9}{2} \cdot \frac{8}{3} + 6 = -6 < 0 \Rightarrow \text{Maximalwert}$$

$$h_{\max} = 8 - 2 \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{3} = 2,67 \text{ cm}$$