

- 1 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : x \mapsto \frac{1}{9}(x-a)(x^2 + 3x - 10)$ mit $D_{f_a} = \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$.

Ermitteln Sie in Abhängigkeit von a die Lage und Vielfachheiten der Nullstellen von f_a . (6 BE)

- 2.0 Nun wird $a = 2$ gesetzt. Die Funktion f_2 wird im Folgenden kurz mit f bezeichnet. Es gilt: $f(x) = \frac{1}{9}(x-2)(x^2 + 3x - 10)$.

Die Funktion lässt sich auch in der Form $f(x) = \frac{1}{9}(x^3 + x^2 - 16x + 20)$ darstellen (Nachweis nicht erforderlich).

- 2.1 Begründen Sie ohne weitere Rechnung und mithilfe der Ergebnisse aus Aufgabe 1, dass die Funktion f genau zwei Extremstellen hat. (3 BE)

- 2.2 Ermitteln Sie Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte des Graphen der Funktion f . Runden Sie ggf. auf zwei Nachkommastellen. (6 BE)

- 2.3 Bestimmen Sie die maximalen Intervalle, in denen der Graph der Funktion f rechts- bzw. linksgekrümmt ist. (4 BE)

- 2.4 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f im Bereich $-5,5 \leq x \leq 3$ mithilfe vorliegender Ergebnisse in ein Koordinatensystem. (4 BE)

- 3.0 Gegeben ist weiterhin eine quadratische Funktion p . Der Graph von p besitzt an der Stelle $x = -\frac{9}{4}$ den Scheitelpunkt und berührt den Graphen der Funktion f (aus Aufgabe 2) an der Stelle $x = -1$.

- 3.1 Bestimmen Sie den Funktionsterm $p(x)$. (7 BE)

[Ergebnis: $p(x) = -\frac{2}{3}x^2 - 3x + \frac{5}{3}$]

- 3.2 Zeichnen Sie den Graphen von p im Bereich $-5,5 \leq x \leq 1$ in das Koordinatensystem aus Aufgabe 2.4. Berechnen Sie dazu die Nullstellen von p sowie die Koordinaten des Scheitels. (5 BE)

Fortsetzung siehe nächste Seite

Fortsetzung A I

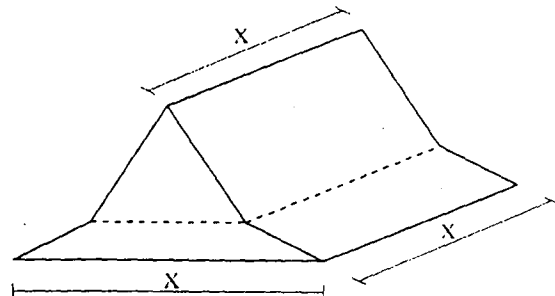
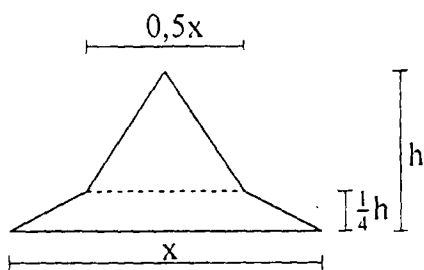
- 3.3 Die Koordinatenachsen und die Graphen der Funktionen f (aus Aufgabe 2) und p schließen im I. Quadranten ein Flächenstück ein. Kennzeichnen Sie das Flächenstück und berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts auf zwei Nachkommastellen genau. (7 BE)

- 4 Gegeben ist die abschnittsweise definierte Funktion h durch

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}(x^3 + x^2 - 16x + 20) & \text{für } x < -1 \\ \frac{4}{9}(x^2 - 4x + 4) & \text{für } x \geq -1 \end{cases}$$

Untersuchen Sie rechnerisch, ob die Funktion h an der Nahtstelle $x_0 = -1$ differenzierbar ist. (5 BE)

- 5.0 Eine Schokoladenfirma will eine neue Praline auf den Markt bringen. Die Länge und die Breite der Praline beträgt jeweils x cm. Die weiteren Größenverhältnisse sind den folgenden Abbildungen zu entnehmen.



Aus verpackungstechnischen Gründen gilt für die Summe aus Höhe h , Breite und Länge 8 cm. Führen Sie die folgenden Rechnungen ohne Einheiten durch.

- 5.1 Stellen Sie eine Gleichung für das Volumen $V(x)$ der Praline in Abhängigkeit von x auf und geben Sie eine im Sachzusammenhang sinnvolle Definitionsmenge an. (7 BE)

[Teilergebnis: $V(x) = -0,75x^3 + 3x^2$]

- 5.2 Berechnen Sie x so, dass das Volumen der Praline den absolut größten Wert annimmt.

Berechnen Sie hierfür auch die Höhe h der Praline.

(6 BE)