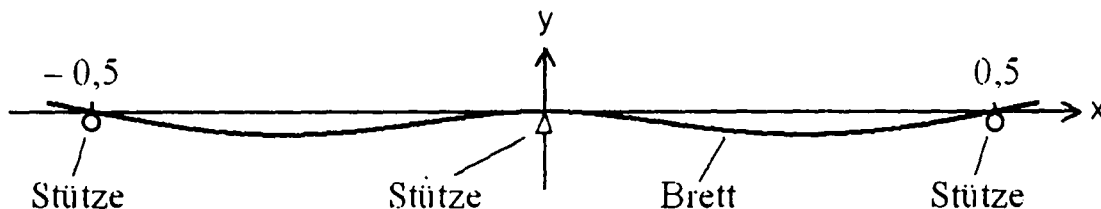


- 1.0 f sei eine ganzrationale Funktion mit der Ableitungsfunktion
 $f'(x) = \frac{1}{2}(x-6)(x-2)$ und $D_{f'} = D_f = \mathbb{R}$.
- 1.1 Geben Sie die Nullstellen der Funktion f' an, skizzieren Sie den Graphen von f' und ermitteln Sie die max. Monotonieintervalle der Funktion f . (4 BE)
- 1.2 Bestimmen Sie die maximalen Krümmungsintervalle des Graphen G_f . (4 BE)
- 1.3 Der Graph G_f enthält den Punkt $A(3|0)$. Bestimmen Sie den Funktionsterm $f(x)$ der Funktion f . (4 BE)
[Mögliches Ergebnis: $f(x) = \frac{1}{6}(x^3 - 12x^2 + 36x - 27)$]
- 1.4 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f mit Vielfachheit. Runden Sie gegebenenfalls auf zwei Nachkommastellen. (6 BE)
[Teilergebnis: $x_3 \approx 7,85$]
- 1.5 Ermitteln Sie Art und Koordinaten der Extrempunkte sowie die Koordinaten des Wendepunkts des Graphen G_f . (4 BE)
- 1.6 Zeichnen Sie den Graphen G_f im Bereich $0 \leq x \leq 8$ unter Verwendung vorliegender Ergebnisse in ein kartesisches Koordinatensystem. (4 BE)
- 1.7 Der Graph G_f und die x -Achse begrenzen im vierten Quadranten des Koordinatensystems ein endliches Flächenstück. Berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. (5 BE)
- 2.0 Gegeben sind die Funktionen $g_a : x \mapsto \frac{1}{6}x(x-a)^2$ mit $D_{g_a} = \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$.
- 2.1 Geben Sie in Abhängigkeit von a Lage und Vielfachheit der Nullstellen der Funktion g_a an. (3 BE)
- 2.2 Berechnen Sie in Abhängigkeit von a diejenigen Stellen, an denen die Graphen der Funktionen f (aus 1.3) und g_a gleiche Steigung besitzen. (8 BE)
- 2.3 Erläutern Sie für $a = 6$ den Zusammenhang der Graphen von f und g_6 . (2 BE)

Fortsetzung A I

- 3.0 Das Brett eines Bücherregals liegt auf drei Stützen, die jeweils einen Abstand von 0,5 m haben und sich auf gleicher Höhe befinden. Belastet man das Brett gleichmäßig mit Büchern, so biegt es sich durch (vgl. Skizze).



Die Unterkante des Brettes kann im Bereich $D_{u_k} = [0; 0,5]$ als Graph der Funktion $u_k : x \mapsto k(10x^3 - 8x^4 - 3x^2)$ aufgefasst werden, wobei $k \in \mathbb{R}^+$ vom Brett und der Belastung abhängt. $u_k(x)$ und x werden in Meter gemessen.

Runden Sie bei den folgenden Berechnungen der Aufgabengruppe 3 die Ergebnisse auf 4 Stellen nach dem Komma. Auf die Mitführung von Einheiten wird verzichtet.

- 3.1 Ermitteln Sie die Stelle x_E , für die die größte Durchbiegung des Brettes im Bereich D_{u_k} vorliegt. (6 BE)
[Ergebnis: $x_E \approx 0,2892$]

- 3.2 Berechnen Sie den Wert für k so, dass die größte Durchbiegung zwei Millimeter beträgt. (3 BE)

- 4.0 Nun wird das Brett aus Aufgabe 3 im Bereich $-0,5 \leq x \leq 0,5$ betrachtet. Die Unterkante des Regalbretts wird jetzt durch den Graphen einer abschnittsweise definierten Funktion h beschrieben mit

$$h(x) = \begin{cases} v(x) & \text{für } -0,5 \leq x < 0 \\ 0,1 \cdot (10x^3 - 8x^4 - 3x^2) & \text{für } 0 \leq x \leq 0,5 \end{cases}$$

Wenn das Brett gleichmäßig belastet ist, ist der Graph der Funktion h symmetrisch zur y -Achse und ferner ist h an der Stelle $x_0 = 0$ stetig.

- 4.1 Ermitteln Sie unter obigen Bedingungen $v(x)$. Ihre Vorgehensweise muss durch Rechnung erkennbar sein oder verbal begründet werden. (3 BE)
- 4.2 Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} h'(x)$ und begründen Sie, ob die Funktion h an der Stelle $x_0 = 0$ differenzierbar ist. (4 BE)