A II

1.0 $f(x) = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2$

1.1 $f(x) = \frac{1}{24}x^2(x^2 + 8x + 24) = 0$ ✓

3

$\Rightarrow$ $x_{1/2} = 0$ ✓ doppelt $D = 64 - 96 = -32 < 0$ ✓ $\Rightarrow$ keine weiteren Nullstellen.

1.2 $f'(x) = \frac{1}{6}x^3 + x^2 + 2x$ ✓

$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{6}x(x^2 + 6x + 12) = 0$ ✓

$x_3 = 0$ ✓ $D = 36 - 48 = -12 < 0$ ✓ $\Rightarrow$ keine weiteren Horiz.stellen

6

Monotonietabelle:

	$x <$	0	$< x$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$G(f)$	fällt	TIP $(0\|0)$ ✓	steigt ✓

$\Rightarrow G(f)$ fällt in $]-\infty; 0]$ ✓ und steigt in $[0; +\infty[$

oder: mit der 2. Ableitung:

$f''(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$ ✓

$f''(0) = 2 > 0 \Rightarrow$ TIP $(0|0)$ ✓

$\Rightarrow G(f)$ fällt in $]-\infty; 0]$ ✓ und steigt in $[0; +\infty[$ ✓

oder: mit dem Verhalten von f für $x \to \mp\infty$:
$G(f)$ kommt von oben und geht nach oben ✓ und hat nur einen Extrempunkt (da NS einfach) ✓ $\Rightarrow$ Extrempunkt TIP $(0|0)$ ✓ $\Rightarrow G(f)$ fällt in $]-\infty; 0]$ und steigt in $[0; +\infty[$. ✓

1.3 $f''(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = 0$ ✓ $D = 4 - 4 = 0$ ✓

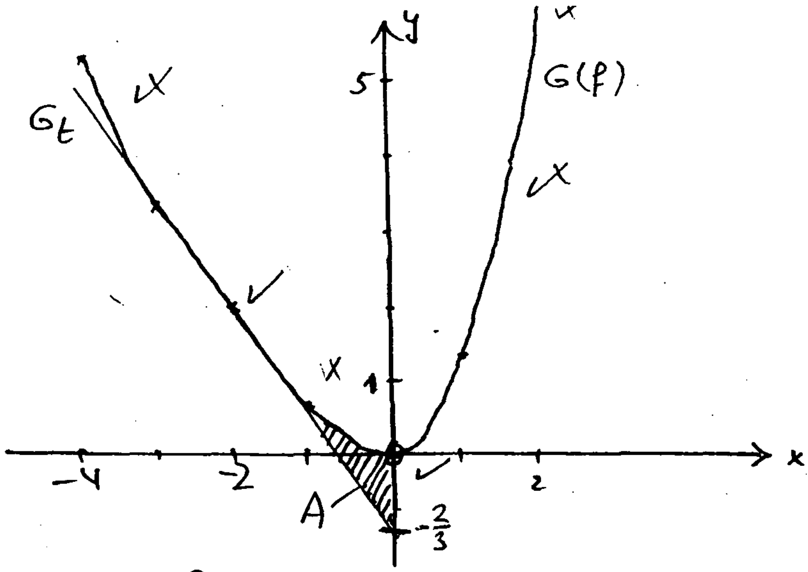
4

$x_{4/5} = \frac{-2}{1} = -2$ ✓ doppelte ✓ Flachstelle $[FLAP(-2|2)]$

$\Rightarrow$ Es gibt keine Wendepunkte. ✓

1.4

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	$5\frac{1}{3}$	$3{,}375$	2	$0{,}708$	0	$1{,}375$	$7\frac{1}{3}$



4

$f'(-2) = -\frac{4}{3} = m$ von G_t ✓ 1.5

$\Rightarrow G_t: y = -\frac{4}{3}x + z$ ✓✗

oder: $P(-2|2)$ gem. Punkt ✓✗

$f'(-2) = m$ ✓✗ 4

$(-2|2)$ einsetzen: $\left.\begin{array}{l} 2 = \frac{8}{3} + z \\ z = -\frac{2}{3} \end{array}\right\}$ ✓✗

$\Rightarrow G_t$ ist Tangente an $G(f)$ bei $x=-2$. ✓ für Einzeichnen

$$A = \int_{-2}^{0} \Big(\underbrace{\tfrac{1}{24}x^4 + \tfrac{1}{3}x^3 + x^2}_{f(x)} + \underbrace{\tfrac{4}{3}x + \tfrac{2}{3}}_{-G_t(x)}\Big)\,dx =$$ 1.6

✗ für Einzeichnen 5

$$\left[\frac{1}{120}x^5 + \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{2}{3}x\right]_{-2}^{0} =$$

$$0 - \left(-\frac{32}{120} + \frac{16}{12} - \frac{8}{3} + \frac{8}{3} - \frac{4}{3}\right) = 0 - \left(-\frac{4}{15}\right) = \frac{4}{15} = 0{,}267\ [FE]$$ ✓

$g_a(x) = \frac{1}{24}\left(x^4 + (6a-4)x^3 + (12a^2-12a)x^2\right),\ a \in \mathbb{R}^+$ 2.0

$G(g_a)$ achsensymm. zu y-Achse, wenn $6a-4=0$, also $a=\frac{2}{3}$ ✓ 2.1

Sonst nicht symm. zum Kosy. ✓ 4

$\frac{1}{24}x^2\left(x^2 + (6a-4)x + 12a^2 - 12a\right) = 0$ ✓ 2.2

$x_{1/2}=0$ sichere Nst. ✓

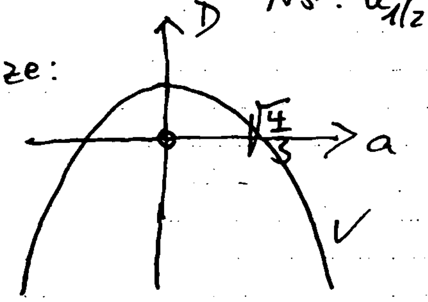
$\Rightarrow$ keine weiteren Nullstellen, also $D<0$ ✓

$D = (6a-4)^2 - 4(12a^2-12a) < 0$

$\underbrace{-3a^2 + 4}$ < 0 ✓✗

Nst: $a_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{4}{3}}$ ✓ 7

Skizze:



Da $a>0$, folgt

$a > \sqrt{\frac{4}{3}}$ ✗

2.3 ③ $x=0$ ist mindestens eine doppelte Nullstelle ✓ $\Rightarrow$
$G(g_a)$ verläuft in 0 waagrecht, hat also die
x-Achse als Tangente ✓

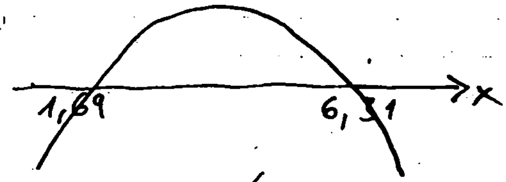
oder: mit $g_a'(x)$ ✓
$g(0)=0$ und $g'(0)=0$

3.1 ⑦
$$r(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$r'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$
$$r(0) = 0 \Rightarrow d = 0$$
$$r(8) = 1 \overset{:8}{\Rightarrow} 64a + 8b + \cancel{c} = \frac{1}{8} \quad (I)$$
$$r'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$$
$$r'(8) = 0 \overset{:8}{\Rightarrow} 24a + 2b = 0 \quad (II)$$
$$I - 4 \cdot II \qquad -32a = \frac{1}{8}$$
$$a = -\frac{1}{256}$$
$$a \text{ in II}: \quad -\frac{3}{32} + 2b = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{64}$$
$$r(x) = -\frac{1}{256}x^3 + \frac{3}{64}x^2$$

3.2 ⑤
$$\int_0^8 r(x)\,dx = \left[-\frac{1}{1024}x^4 + \frac{1}{64}x^3\right]_0^8 = -4 + 8 = 4\ [FE] = 4\,m^2$$
$$V = 3 \cdot 4 = 12\ [VE] = 12\,m^3$$

3.3.1 ⑥
Steigung der geradlinigen Rampe: $m = \frac{1}{8}$
$$r'(x) = -\frac{3}{256}x^2 + \frac{3}{32}x$$
$$-\frac{3}{256}x^2 + \frac{3}{32}x > \frac{1}{8} \quad | \cdot 8$$
$$-\frac{3}{32}x^2 + \frac{3}{4}x - 1 > 0 \quad | \cdot 32$$
$$\underbrace{-3x^2 + 24x - 32} > 0$$

Skizze:



Nst: $D = 192 = 64 \cdot 3$
$$x_{1/2} = \frac{-24 \pm 8\sqrt{3}}{-6} = 4 \mp \frac{4}{3}\sqrt{3}$$
$$x_1 = 1{,}69 \quad x_2 = 6{,}31$$

$\Rightarrow$ Die erste Rampe ist ab 1,7 m bis 6,3 m ab Beginn steiler.

Entweder: Querschnittsfläche $A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1 = 4\ m^2$ 3.3.2

$\Rightarrow$ V wie oben

2

oder: $G(r)$ ist punktsymm. zu seinem WEP

$\Rightarrow$ die Flächenstücke, die $G(r)$ mit der Gerade einschließt, sind gleich groß

$\Rightarrow$ V wie oben.