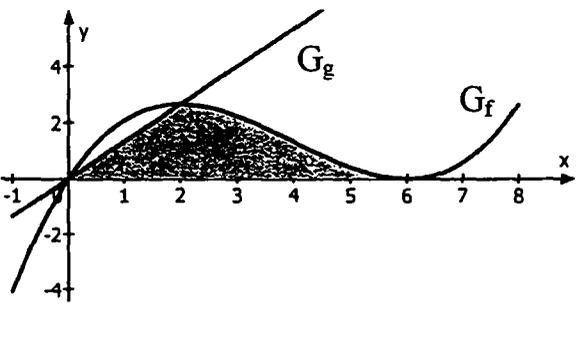
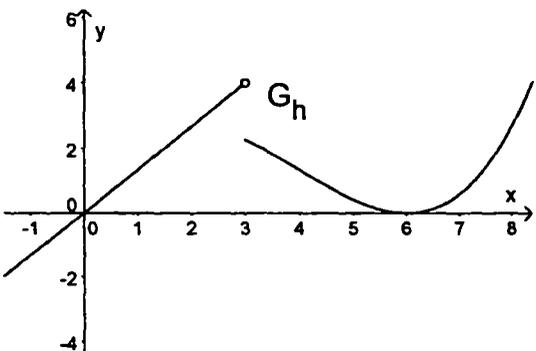
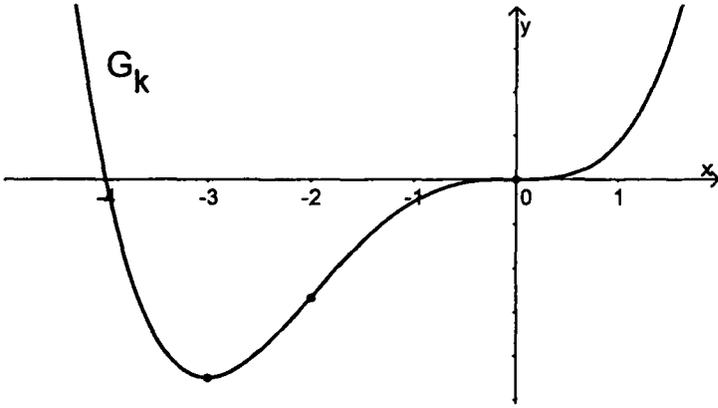
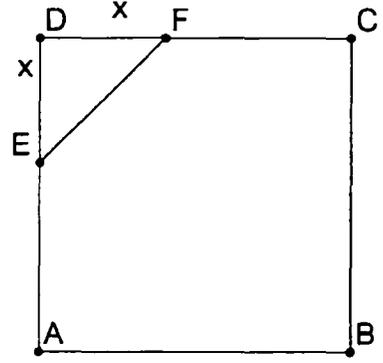


Aufg.	A I	BE	
1.1	$f_a(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{12}x \cdot (x^2 - 2ax + a^2) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{12}x \cdot (x-a)^2 = 0 \Leftrightarrow$ $x_1 = 0; x_{2,3} = a$ <p>Fall 1: <math>a = 0 \Rightarrow x_{1,2,3} = 0</math> dreifache Nullstelle</p> <p>Fall 2: <math>a &gt; 0 \Rightarrow x_1 = 0</math> einfache Nullstelle und <math>x_{2,3} = a</math> doppelte Nullstelle</p>	5	
1.2	$f_a(x) = \frac{1}{12}(x^3 - 2ax^2 + a^2x) \Rightarrow f'_a(x) = \frac{1}{12}(3x^2 - 4ax + a^2)$ $f'_a(x) = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4a \pm \sqrt{16a^2 - 12a^2}}{6} = \frac{4a \pm 2a}{6}; x_1 = \frac{a}{3}; x_2 = a$ <p>Mit z.B. Skizze des Graphen der 1. Ableitung folgt:</p> <p>wenn <math>a = 0</math>, dann TEP(0 0); wenn <math>a &gt; 0</math>, dann TP(a 0) und HP(<math>\frac{a}{3}   \frac{a^3}{81}</math>)</p>	9	
1.3	$f''(x) = \frac{1}{12}(6x - 24) = \frac{1}{2}(x - 4); \quad f''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 4$ <p>Mit z.B. Skizze des Graphen der 2. Ableitung folgt:</p> <p><math>G_f</math> rechtsgekrümmt in <math>]-\infty; 4]</math> und linksgekrümmt in <math>[4; \infty[</math></p> <p><math>f'''(4) = \frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow</math> Wendepunkt in <math>x = 4</math>; <math>f(4) = \frac{1}{12} \cdot 4 \cdot (-2)^2 = \frac{4}{3}</math>; W(<math>4   \frac{4}{3}</math>)</p>	6	
1.4 1.5 1.6		1.7 	4
1.5	<p>Ursprungsgerade <math>g: y = mx</math>; HP <math>\in G_g: \frac{8}{3} = 2m \Rightarrow m = \frac{4}{3}</math>; <math>g: y = \frac{4}{3}x</math></p>	3	
1.6	<p>Fläche kennzeichnen</p> $A_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{3}; \quad A_2 = \int_2^6 f(x) dx = \left[ \frac{1}{48}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_2^6 = \frac{16}{3}; \quad A = A_1 + A_2 = 8$	6	

Aufg.	A I	BE	
1.7	<p>Markierung siehe Graph</p> <p><math>x = 3</math> ist eine Sprungstelle von <math>h \Rightarrow h</math> nicht stetig in <math>x = 3</math></p> <p><math>\Rightarrow h</math> nicht differenzierbar in <math>x = 3</math></p> $\lim_{x \rightarrow 3^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4}{3}x = 4; \lim_{x \rightarrow 3^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{1}{12}x^3 - x^2 + 3x\right) = \frac{9}{4} = h(3)$	6	
2.1	<p>Der Graph ist auf <math>] -\infty; -2]</math> bzw. auf <math>[0; \infty[</math> linksgekrümmt und auf <math>[-2; 0]</math> rechtsgekrümmt.</p> <p>Wegen Krümmungswechsel und der Differenzierbarkeit liegen bei <math>x = -2</math> und <math>x = 0</math> Wendepunkte vor. Bei <math>x = 0</math> liegt speziell ein Terrassenpunkt vor.</p>	5	
2.2	<p>z.B.</p> 	<p>3.1</p> 	3 2
3.2	$V = \frac{1}{3}Gh; G = a^2 - \frac{1}{2}x^2 \text{ mit } 0 < x < a$ $V'_a(x) = \frac{1}{3} \left(a^2 - \frac{1}{2}x^2\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}x = \frac{1}{3} \left(\frac{2a^2}{2} - \frac{1}{2}x^2\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}x = \frac{\sqrt{2}}{12}(2a^2 - x^2)x$ $\Rightarrow V'_a(x) = \frac{\sqrt{2}}{12}(2a^2x - x^3)$	4	
3.3	$V'_a(x) = \frac{\sqrt{2}}{12}(2a^2 - 3x^2); V''_a(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}x$ $V'_a(x) = 0 \Rightarrow 2a^2 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{2}{3}a^2 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}a \quad x_1 = -\frac{\sqrt{6}}{3}a \text{ keine Lösung}$ $V''_a\left(\frac{\sqrt{6}}{3}a\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}a < 0 \Rightarrow \text{relatives Maximum bei } x_2 = \frac{\sqrt{6}}{3}a$ <p>Das einzige relative Extremum im offenen Intervall <math>0 &lt; x &lt; a</math> ist absolut.</p> <p>Maximales Volumen: <math>V_3(\sqrt{6}) = 2 \cdot \sqrt{3}</math></p> <p>Zugehörige Höhe: <math>h = \sqrt{3}</math></p>	7	