

Aufgabengruppe A

A II

- 1.0 Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$ berührt die x -Achse bei $x = -1$ und schneidet die y -Achse bei $y = 2$. Die Tangente an den Graphen G_f für $x = 2$ hat die Steigung $m = -9$.
- 1.1 Begründen Sie, dass die zugehörige ganzrationale Funktion nicht 2. Grades sein kann. (3 BE)
- 1.2 Bestimmen Sie den Funktionsterm $f(x)$ der ganzrationalen Funktion f dritten Grades.
[Ergebnis: $f(x) = -x^3 + 3x + 2$] (7 BE)
- 1.3 Weisen Sie durch entsprechende Berechnungen nach, dass die Gerade G_g mit $g(x) = 4$ Tangente an den Graphen G_f im Hochpunkt von G_f ist und ermitteln Sie die Koordinaten des weiteren gemeinsamen Punktes von G_g und G_f . (8 BE)
- 1.4 Zeichnen Sie den Graphen G_f sowie die Gerade G_g im Bereich $-2 \leq x \leq 2$ mithilfe vorliegender Ergebnisse in ein Koordinatensystem. (4 BE)
- 1.5 Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts für das Flächenstück F_1 , welches der Graph G_f und die Gerade G_g mit der y -Achse im II. Quadranten einschließen. (4 BE)
- 1.6 Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts für das Flächenstück F_2 , welches der Graph G_f mit den Koordinatenachsen im I. Quadranten einschließt. Vergleichen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts von F_1 und F_2 . Welche Vermutung legt das Ergebnis bezüglich des Punktes $P(0|2)$ nahe? (5 BE)
- 2.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_t(x) = -(x+1)^2(x-t)$; $D_{f_t} = \mathbb{R}$; $t \in \mathbb{R}$.
- 2.1 Bestimmen Sie die Nullstellen von f_t sowie deren Vielfachheit in Abhängigkeit von t . (4 BE)
- 2.2 Argumentieren Sie mithilfe der bisher bekannten Eigenschaften, dass die Funktion f aus Aufgabe 1 zur Funktionenschar f_t gehört. (4 BE)

Fortsetzung siehe nächste Seite

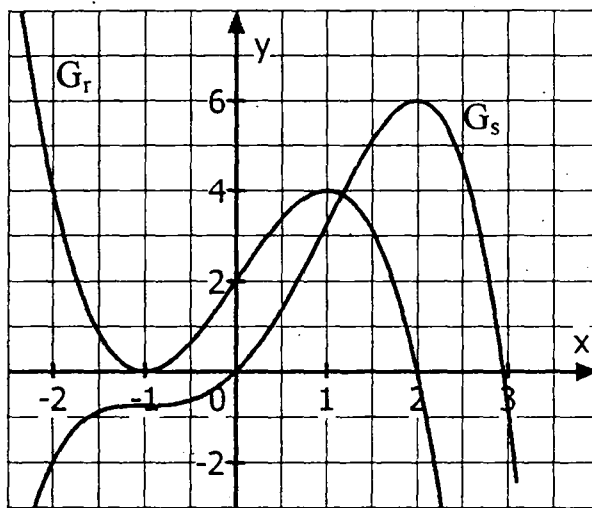
Fortsetzung A II

- 3 Gegeben ist die abschnittsweise definierte Funktion h durch

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x < 0 \\ -0,5(x-1)^2 + 2,5 & \text{für } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{mit } f(x) \text{ aus 1.2}$$

Weisen Sie nach, dass die Funktion h an der Nahtstelle stetig ist. Untersuchen Sie anschließend rechnerisch, ob der Graph von h an dieser Stelle „ohne Knick“ verläuft. (7 BE)

- 4 Die folgende Darstellung zeigt den Graphen G_r der ganzrationalen Funktion r und den Graphen G_s der ganzrationalen Funktion s.



Begründen Sie:

Die Funktion s kann eine Stammfunktion der Funktion r sein. (5 BE)

- 5.0 Eine Schule veranstaltet eine Projektwoche zum Thema „Work-Life-Balance“. Zum Abschluss erhalten alle Teilnehmer je einen Relax-Ball, der in einer zylinderförmigen Schachtel verpackt ist. Von dieser ist bekannt, dass sie eine Oberfläche von 180 cm^2 besitzt. Bei der Rechnung wird auf Einheiten verzichtet.

- 5.1 Zeigen Sie, dass für das Volumen der Schachtel in Abhängigkeit vom Zylinderradius r gilt: $V(r) = -\pi \cdot r^3 + 90r$ (4 BE)

- 5.2 Nach Informationen des Verbraucherschutzes kann eine Verpackung dann als unzulässig deklariert werden, wenn die Füllmenge vom Fassungsvermögen einer Verpackung um mehr als 30% abweicht.

Prüfen Sie, ob eine Verpackung dieser Anforderung gerecht wird, wenn die Schachtel mit $r = 3,1 \text{ cm}$ einen Ball mit dem Durchmesser von 60 mm enthält. Runden Sie alle Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen. (5 BE)