Städt. Berufsoberschule München
Ausbildungsrichtung: Sozialwesen

Fachabi 2014

Lösung A I

1.1 $x^3 - 4x^2 - 2x + 8 = 0$

ausprobieren: $\underline{x_1 = 4}$ einfache NS

$$(x^3 - 4x^2 - 2x + 8) : (x - 4) = x^2 - 2$$
$$\underline{-(x^3 - 4x^2)}$$
$$0 \quad -2x + 8$$
$$\underline{-(-2x + 8)}$$
$$0$$

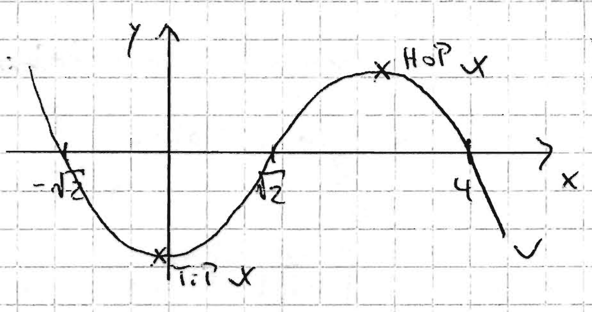
$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \mid \pm\sqrt{}$

$\underline{x_2 = \sqrt{2}}$ $\quad x_3 = -\sqrt{2}$

jeweils einfache NS

5 + 2 = 7P

Skizze:



1.2 $f'(x) = -\frac{1}{4}(3x^2 - 8x - 2)$

$f''(x) = -\frac{1}{4}(6x - 8)$

$3x^2 - 8x - 2 = 0$

$D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 88$

$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{88}}{2 \cdot 3} \Rightarrow \underline{x_1 = 2{,}90}$ $\quad \underline{x_2 = -0{,}23}$

$\underline{y_1 = 1{,}76}$ $\quad \underline{y_2 = -2{,}06}$

5P

$f''(2{,}90) = -\frac{47}{20} < 0 \Rightarrow HoP\,(2{,}90 \mid 1{,}76)$

$f''(-0{,}23) = \frac{469}{200} > 0 \Rightarrow TiP\,(-0{,}23 \mid -2{,}06)$

1.3 $f''(x) = 0 \Rightarrow 6x - 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$; $y = -\frac{4}{27} \approx -0{,}15$

x	$]-\infty; \frac{4}{3}[$	$\frac{4}{3}$	$]\frac{4}{3}; +\infty[$
f''	+	0	−
G_f	links	WP	rechts

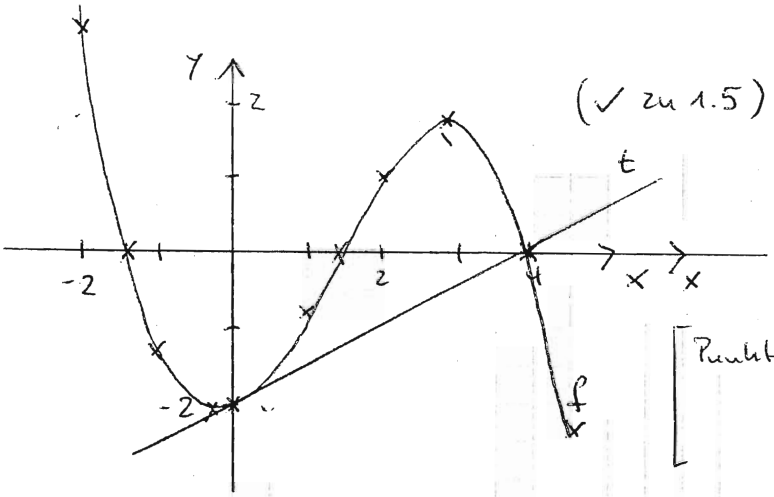
G_f linksgekrümmt: $x \in]-\infty; \frac{4}{3}]$

G_f rechtsgekrümmt: $x \in [\frac{4}{3}; +\infty[$

4P

4P

1.4



(✓ zu 1.5)

x	-2	4,5
y	3	-2,28

[Punkte G_f: NS ✓ ES ✓ Verlauf ✓ Rand ✓]

4P

1.5 Gerade G_t: $P_1(0|-2)$ $P_2(4|0)$

$m_t = \frac{0+2}{4} = \frac{1}{2}$ ✓ ✓ ; $\Rightarrow$ $\underline{y = \frac{1}{2}x - 2}$

$f'(0) = \frac{1}{2} = m_t$ ✓ ✓ $\Rightarrow$ gleiche Steigung $\Rightarrow$ Berührpunkt $(0|-\ )$

$\Rightarrow$ G_t ist Tangente an G_f in $P_1(0|-2)$

4P

1.6 $A = \int_0^4 (f(x) - t(x))\,dx$ ✓ ✓ $= \int_0^4 -\frac{1}{4}(x^3 - 4x^2 - 2x + 8) - \frac{1}{2}x + 2)\,dx$ ✓

$= \int_0^4 (-\frac{1}{4}x^3 + x^2)\cdot dx$ ✓ ✓ $= [-\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{3}x^3]_0^4$ ✓

$= \frac{16}{3} - 0 = \frac{16}{3}$ FE ✓

4P

1.7 $x^3 - 5x^2 = 0$

$x^2(x-5) = 0$ ✓ $\Rightarrow$ $x_{1,2} = 0$ ✓ $x_3 = 5$ ✓

doppelte NS ✓ einfache NS ✓

bei $x_{1,2} = 0$ Berührpunkt von f und p ✓

bei $x_3 = 5$ Schnittpunkt von f und p ✓

2.1 $K_a'(x) = \frac{a}{4}\left[3x^2 - (4a+4)x + 8a - 10\right]$ ✓

$$3x^2 - (4a+4)x + 8a - 10 = 0 \quad ✓$$

bei $x=4$: $$48 - (4a+4)\cdot 4 + 8a - 10 = 0 \quad ✓$$

$$48 - 16 - 10 - 16a + 8a = 0$$

$$22 = 8a$$

$$a = \frac{11}{4} = 2{,}75 \quad ✓$$

$$K_a(4) = \frac{a}{4}\cdot\left(64 - (2a+2)\cdot 16 + (8a-10)\cdot 4 + 8\right)$$

$$= \frac{a}{4}\cdot\left(64 - \cancel{32a} - 32 + \cancel{32a} - 40 + 8\right) = 0 \quad ✓$$

(auch mit $a = 2{,}75$ einsetzen möglich)

4P

2.2 $K_1(x) = \frac{1}{4}\left(x^3 - 4x^2 - 2x + 8\right) = -f(x)$ ✓ ✓

↳ G_f und G_K sind an der x-Achse gespiegelt ✓

2P

3. g: $P_1(0|2)$; $P_2(4|1)$

$$m_g = \frac{1-2}{4-0} = -\frac{1}{4} \quad ✓ \quad \Rightarrow \quad \underline{y = -\frac{1}{4}x + 2} \quad ✓$$

Nun seien $h_1(x)$ und $h_2(x)$ definiert in $\mathbb{R}$: ✓

$$\left.\begin{aligned} h_1(4) &= g(4) = -1+2 = 1 \; ✓ \\ h_2(4) &= -\frac{1}{8}(16-24) = 1 \; ✓ \end{aligned}\right\} \; h(x) \text{ ist bei } x=4 \text{ stetig}$$

↳ kein Sprung ✓

7P

$$h_1'(x) = -\frac{1}{4} \quad ✓$$

$$h_2'(x) = -\frac{1}{8}(2x-6) \quad ✓$$

$$\left.\begin{aligned} h_1'(4) &= -\frac{1}{4} \; ✓ \\ h_2'(4) &= -\frac{1}{8}(8-6) = -\frac{1}{4} \; ✓ \end{aligned}\right\} \; h(x) \text{ ist bei } x=4 \text{ differenzierbar}$$

↳ kein Knick ✓

4.1 $A = 2x \cdot x + \frac{1}{2}\pi r^2 \rightarrow \max$

NB: $2 + 2r + 2 = 2x$

$2r = 2x - 4$

$r = x - 2$

5P

ZF: $A(x) = 2x^2 + \frac{1}{2}\pi (x-2)^2 = 2x^2 + \frac{1}{2}\pi (x^2 - 4x + 4)$

$A(x) = 2x^2 + \frac{1}{2}\pi x^2 - 2\pi x + 2\pi$

$A(x) = (2 + \frac{1}{2}\pi) x^2 - 2\pi x + 2\pi$

4.2 I. $x + 2 + 2 + x \leq 12 \quad |-4$

$2x \leq 8 \quad |:2 \Rightarrow x \leq 4$

3P

II. $2x > 4 \quad |:2 \Rightarrow x > 2$

$x \in]2;4]$

4.3 $A'(x) = 2 \cdot (2 + \frac{1}{2}\pi) x - 2\pi = 0 \quad |+2\pi$

$(4 + \pi) x = 2\pi \quad |:(4+\pi)$

$x \approx 0{,}88 \notin D$

4P

$\Rightarrow$ Maximum am Rand:

Da $A(x)$ eine nach oben geöffnete Parabel ist, muss das Maximum am rechten Rand sein; also bei $x = 4$

4.4 $A_{max} = A(4) = 38{,}28$ m

Fläche bis zum unter Rand:

$A_1 = A_{max} - 1 \cdot 8 = 30{,}28$ m

3P

$PS = \frac{30{,}28}{38{,}28} \cdot 100 = 79{,}1\,\%$