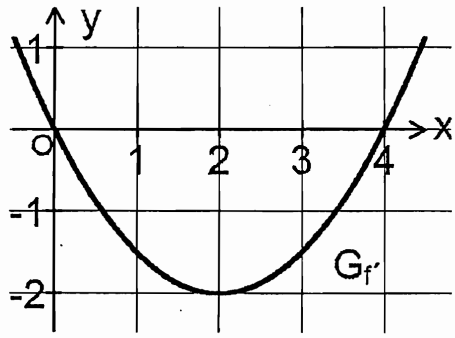
Aufgabengruppe A

A I 2015

1.0 Nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen $G_{f'}$ der ersten Ableitungsfunktion einer in ganz $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion f dritten Grades. Alle im Folgenden zu entnehmenden Werte sind ganzzahlig.



1.1 Geben Sie nur mithilfe des Graphen $G_{f'}$ die maximalen Monotonieintervalle und die Wendestelle des Graphen der Funktion f an. Begründen Sie das Vorliegen der Wendestelle hinreichend. (6 BE)

1.2 Bestimmen Sie ausgehend vom Graphen $G_{f'}$ den Funktionsterm $f'(x)$ und dann den Funktionsterm $f(x)$ für den Fall, dass G_f den Ursprung enthält.
[Mögliches Teilergebnis: $f(x)=\frac{1}{6}(x^3-6x^2)$] (5 BE)

1.3 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f mit der jeweiligen Vielfachheit und ermitteln Sie unter Verwendung vorliegender Ergebnisse Art und Koordinaten der Extrempunkte und den Wendepunkt des Graphen G_f. (6 BE)

1.4 Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen f und f' im Bereich $-2 \le x \le 6$ in ein kartesisches Koordinatensystem. (5 BE)

1.5 Berechnen Sie die Maßzahl des im 4. Quadranten liegenden endlichen Flächenstücks, das nur von den Graphen G_f und $G_{f'}$ begrenzt wird und runden Sie das Ergebnis auf zwei Nachkommastellen. (7 BE)

2.0 Gegeben ist die abschnittsweise definierte Funktion

$$h: x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{6}(x^3-6x^2) & \text{für } x<0 \\ \frac{1}{2}x^2-2x & \text{für } x \ge 0 \end{cases}$$

2.1 Markieren Sie den Graphen der Funktion h farbig im vorhandenen Koordinatensystem und machen Sie damit Aussagen zur Stetigkeit und Diffe-

Fortsetzung siehe nächste Seite

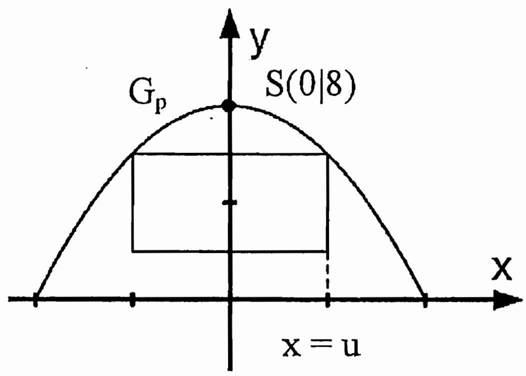
Fortsetzung A I

renzierbarkeit der Funktion h an der Stelle $x = 0$ (kurze Begründung erforderlich). (4 BE)

2.2 Geben Sie die maximalen Monotonieintervalle sowie Art und Koordinaten sämtlicher Extrempunkte des Graphen der Funktion h an. (4 BE)

2.3 Die Funktion $\tilde{h}$ entsteht aus h, wenn für $x \geq 0$ der Term $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ verwendet wird. Erläutern Sie, welche Aussagen man zur Stetigkeit und Differenzierbarkeit von $\tilde{h}$ an der Stelle $x = 0$ machen kann. (3 BE)

3.0 Auf einem Campingplatz möchte der Pächter in einem Zelt ein Kino einrichten. Als Projektionsfläche dient eine Seitenwand, welche durch die Parabel G_p und der x-Achse begrenzt wird. Am Boden hat das Zelt eine Spannweite von 20 m. Bei den folgenden Rechnungen wird auf Einheiten verzichtet.



3.1 Bestimmen Sie den Funktionsterm $p(x)$ der Parabel G_p. (3 BE)

[Mögliches Ergebnis: $p(x) = -0{,}08x^2 + 8$]

3.2 Es ist beabsichtigt, eine Leinwand von 7m x 4m anzubringen, wobei sich die Unterkante der Leinwand in einer Höhe von 3m befindet. Untersuchen Sie durch Rechnung, ob dies an der Seitenwand möglich ist. (3 BE)

3.3.0 Ein Filmverleih rät dem Pächter zu einer Leinwand bei einer Unterkante in 3 m Höhe (siehe Skizze 3.0).

3.3.1 Stellen Sie die Maßzahl $A(u)$ des Flächeninhalts der Leinwand auf und bestimmen Sie eine sinnvolle Definitionsmenge D_A der Funktion $A: u \mapsto A(u)$. (7 BE)

[Mögliches Teilergebnis: $A(u) = -0{,}16u^3 + 10u$]

3.3.2 Ermitteln Sie u so, dass $A(u)$ den absolut größten Wert annimmt. Berechnen Sie für diesen Fall Höhe, Breite und Flächeninhalt der Leinwand. Runden Sie auf zwei Nachkommastellen. (7 BE)