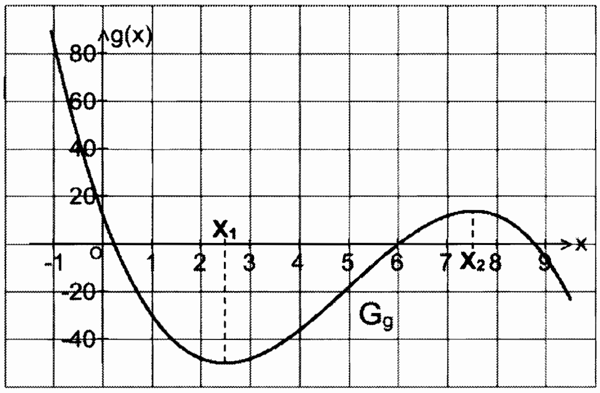
A I

1.0 Gegeben ist die ganzrationale Funktion g dritten Grades mit $D_g = \mathbb{R}$, deren Graph G_g in nebenstehender Abbildung dargestellt ist.
Vom Graphen sind folgende Eigenschaften bekannt:
G_g hat bei der Nullstelle $x = 6$ eine Tangente G_t mit $t: y = 16x - 96$ mit $x \in \mathbb{R}$ und besitzt den Wendepunkt $W(5\,|\,-18)$.



1.1 Skizzieren Sie den Graphen $G_{g'}$ der 1. Ableitungsfunktion von g in ein geeignetes Koordinatensystem und geben Sie die max. Monotonieintervalle der 1. Ableitungsfunktion g' an. (5 BE)

1.2.0 Zur Bestimmung des Funktionsterms $g(x)$ ist folgendes Gleichungssystem gegeben:

(I) $216a + 36b + 6c + d = 0$
(II) $125a + 25b + 5c + d = -18$
(III) $108a + 12b + c = 16$
(IV) $30a + 2b = 0$

1.2.1 Geben Sie nachvollziehbar an, welche Ansätze zu diesen Gleichungen führen. (4 BE)

1.2.2 Bestimmen Sie $g(x)$ mithilfe der Gleichungen aus 1.2.0. (7 BE)

2.0 Gegeben ist nun die Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{10}\cdot g(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 15x^2 - 56x + 12)$ mit $D_f = \mathbb{R}$, wobei g die Funktion aus Teilaufgabe 1.2.2 ist. Der Graph wird mit G_f bezeichnet.

2.1 Berechnen Sie alle Schnittpunkte des Graphen G_f mit den Koordinatenachsen. (7 BE)

2.2 Ermitteln Sie Art und Koordinaten aller relativen Extrempunkte von G_f. Runden Sie die Koordinaten auf eine Nachkommastelle. (6 BE)

2.3 Bestimmen Sie die maximalen Krümmungsintervalle von G_f. (4 BE)

2.4 Zeichnen Sie unter Mitverwendung vorliegender Ergebnisse den Graphen G_f im Bereich $-1 \le x \le 10$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Maßstab: 1 LE = 1cm. (5 BE)

Fortsetzung siehe nächste Seite

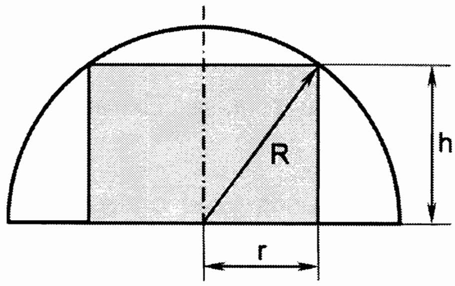
Fortsetzung A I

2.5 Es gilt $\int_{-2}^{6} f(x)dx = 0$. Interpretieren Sie dieses Ergebnis in Bezug auf G_f. (2 BE)

2.6 Die Parabel G_p mit $p(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}4x + 1{,}2$ und $D_p = \mathbb{R}$ schließt mit G_f im I. und IV. Quadranten zwei endliche Flächenstücke ein.

Zeichnen Sie G_p für $-1 \le x \le 10$ in das vorhandene Koordinatensystem ein, schraffieren Sie das linke der beiden Flächenstücke und berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts. Die Integrationsgrenzen können der Zeichnung entnommen werden. (7 BE)

3.0 Einer Halbkugel mit Radius $R = 10\,\text{cm}$ soll ein Zylinder mit Radius r und Höhe h einbeschrieben werden (siehe Skizze). Bei Berechnungen kann auf die Verwendung von Einheiten verzichtet werden.



3.1 Ermitteln Sie die Maßzahl V(h) des Volumens des Zylinders in Abhängigkeit von der Höhe h und geben Sie eine sinnvolle Definitionsmenge für die Funktion $V: h \mapsto V(h)$ an, wenn die Höhe h mindestens 6 cm betragen soll. (4 BE)

[Mögliches Teilergebnis: $V(h) = h\pi(100 - h^2)$]

3.2 Berechnen Sie h so, dass V(h) den absolut größten Wert annimmt, und untersuchen Sie, ob das maximale Volumen V_{max} des Zylinders mehr als die Hälfte des Halbkugelvolumens beträgt. (9 BE)