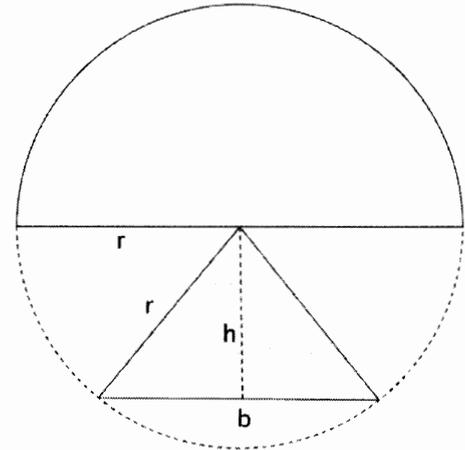


- 1.0 Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f vierten Grades mit $D_f = \mathbb{R}$ ist symmetrisch zur y -Achse und hat einen Wendepunkt $W_1(1|2,5)$. Die Tangente G_t im Punkt W_1 besitzt die Gleichung $t: y = 4x - 1,5$ mit $x \in \mathbb{R}$.
- 1.1 Bestimmen Sie den Funktionsterm $f(x)$. (7 BE)
[Mögliches Ergebnis: $f(x) = -\frac{1}{2}(x^4 - 6x^2)$]
- 1.2 Ermitteln Sie sämtliche Nullstellen der Funktion f und deren Vielfachheit. Erklären Sie die Bedeutung der Vielfachheit dieser Nullstellen für den Graphen G_f . (5 BE)
- 1.3 Bestimmen Sie die maximalen Monotonieintervalle der Funktion f sowie Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte des Graphen G_f . (8 BE)
- 1.4 Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass der Graph G_f genau zwei Wendepunkte besitzt und geben Sie die Koordinaten des zweiten Wendepunkts an. Berechnen Sie auch die x -Koordinaten sämtlicher Punkte von G_f , welche die gleichen y -Koordinaten wie die Wendepunkte haben. (7 BE)
- 1.5 Zeichnen Sie unter Mitverwendung vorliegender Ergebnisse den Graphen G_f im Bereich $-2,5 \leq x \leq 2,5$ in ein kartesisches Koordinatensystem.
Für weitere Teilaufgaben wird auf der y -Achse der Bereich $-5 \leq y \leq 5$ benötigt.
Maßstab: 1 LE = 1 cm. (5 BE)
- 1.6 Zeigen Sie, dass an der Stelle $x = -2$ die Gleichung $f(x) - f'(x) = 0$ gilt und bestimmen Sie alle weiteren Stellen mit dieser Eigenschaft. Erklären Sie, was das Ergebnis für den Graphen G_f bedeutet. (7 BE)
- 1.7 Geben Sie exakt die Nullstellen und die Extremstellen der ersten Ableitungsfunktion f' an und zeichnen Sie den Graphen $G_{f'}$ im Bereich $-2 \leq x \leq 2$ in das vorhandene Koordinatensystem mit Farbe ein. (4 BE)
- 1.8 Die Graphen G_f und $G_{f'}$ schließen ein endliches Flächenstück ein, das im II. und III. Quadranten des Koordinatensystems liegt.
Markieren Sie dieses Flächenstück und berechnen Sie die Maßzahl seines Inhalts. (5 BE)

Fortsetzung A II

- 2 Begründen oder widerlegen Sie folgende Aussage: Ist der Graph G_h einer ganzrationalen Funktion h symmetrisch zur y -Achse, dann ist der Graph $G_{h'}$ der ersten Ableitungsfunktion punktsymmetrisch zum Ursprung. (3 BE)

- 3.0 Ein Designstudio hat eine Nachttischleuchte entworfen. Diese besteht aus einem halbkugelförmigen Schirm mit Radius $r = 12$ cm und einem Leuchtenfuß in der Form eines geraden Kreiskegels mit der Höhe h und dem Durchmesser b in der Grundfläche (siehe nebenstehende Skizze). Bei Berechnungen kann auf die Verwendung von Einheiten verzichtet werden.



- 3.1 Bestimmen Sie die Maßzahl $V(h)$ des Volumens des Fußes der Leuchte in Abhängigkeit von h . (3 BE)

[Mögliches Ergebnis: $V(h) = \frac{\pi}{3}(-h^3 + 144h)$]

- 3.2 Aus technischen Gründen wird für die Funktion $V: h \mapsto V(h)$ als Definitionsbereich $D_V = [2; 8]$ gewählt.

Bestimmen Sie die Höhe h des Leuchtenfußes so, dass die Maßzahl seines Volumens den absolut größten Wert annimmt. Nach Auffassung der Designer würde dann die Leuchte die ansprechendsten Proportionen besitzen. (6 BE)