A I

1.0 Gegeben ist die ganzrationale Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{9}(-x^4 + 4x^3)$ mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f mit der jeweiligen Vielfachheit. (3 BE)

1.2 Ermitteln Sie die maximalen Monotonieintervalle der Funktion f sowie Art und Koordinaten des Extrempunktes des Graphen G_f. (7 BE)

1.3 Bestimmen Sie die Gleichungen aller Wendetangenten an den Graphen G_f. (8 BE)

1.4 Zeichnen Sie den Graphen G_f unter Mitverwendung vorliegender Ergebnisse im Bereich $-1 \leq x \leq 4$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Für weitere Teilaufgaben wird auf der y-Achse der Bereich $-3 \leq y \leq 3$ benötigt. Maßstab: 1 LE = 1 cm. (4 BE)

2.0 Betrachtet wird weiter die quadratische Funktion p mit der Definitionsmenge $D_p = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_p bezeichnet.

2.1 Die Parabel G_p berührt den Graphen G_f aus 1.0 im Punkt $B(3\,|\,3)$ und verläuft durch den Koordinatenursprung. Bestimmen Sie $p(x)$ und zeichnen Sie die Parabel G_p im Bereich $-1 \leq x \leq 4$ in das vorhandene Koordinatensystem ein. (8 BE)

[Mögliches Ergebnis: $p(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$]

2.2 Die Graphen G_f und G_p schließen im I. Quadranten des Koordinatensystems ein endliches Flächenstück ein.
Markieren Sie dieses Flächenstück in Ihrer Zeichnung und berechnen Sie die Maßzahl seines Inhalts. (5 BE)

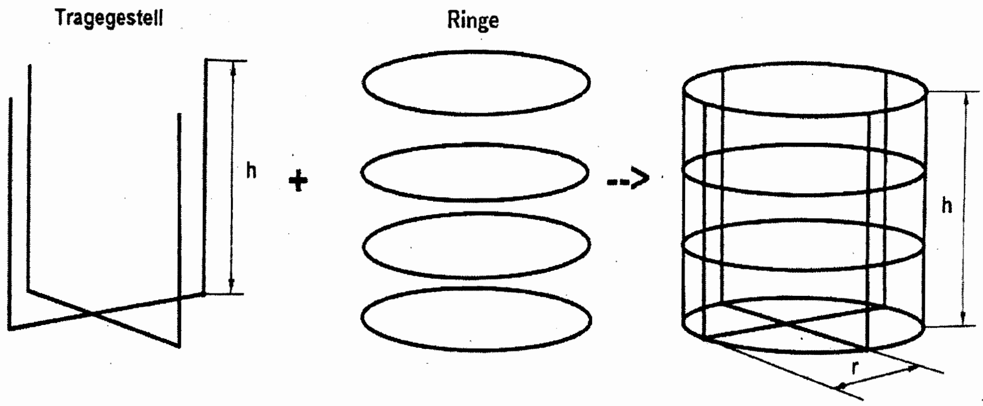
2.3 Berechnen Sie die Koordinaten desjenigen Schnittpunkts der Graphen G_f und G_p, der im III. Quadranten des Koordinatensystems liegt. (7 BE)

2.4 Bestimmen Sie die Steigungen der beiden Geraden durch den Punkt $T(3\,|\,4)$, die den Graphen G_p berühren. (6 BE)

Fortsetzung siehe nächste Seite

Fortsetzung A I

3.0 Ein Bastler möchte sich mithilfe folgender Bauanleitung das Grundgerüst für einen zylinderförmigen Abfallkorb mit Höhe h und Radius r (alle Längen in Meter gemessen) aus Draht bauen (siehe Skizze).



Für das Vorhaben kauft er sich Draht mit der Länge 6 m. Die Einzelteile werden selbst hergestellt und zusammengelötet. Die Dicke des Drahts ist zu vernachlässigen. Bei Berechnungen kann auf Einheiten verzichtet werden.

3.1 Bestimmen Sie die Maßzahl V(r) des Volumens des Abfallkorbs in Abhängigkeit von r.

[Mögliches Ergebnis: $V(r) = \pi\left(\frac{3}{2}r^2 - r^3 - 2\pi r^3\right)$] (5 BE)

3.2 Aus praktischen Gründen wird für die Funktion
$V : r \mapsto V(r)$ als Definitionsmenge $D_V = [0{,}1;\ 0{,}2]$ gewählt.
Berechnen Sie den Radius r des Abfallkorbs für den Fall, dass die Maßzahl des Volumens ihren absolut größten Wert annimmt.
Runden Sie Ihr Ergebnis auf drei Nachkommastellen. (7 BE)