12.Klassen 3.Schulaufgabe aus der Mathematik 27.4.2015
Arbeitszeit: 85 Minuten

Analysis

1.0 Der Graph einer ganz-rationalen Funktion f 4.Grades besitzt im Koordinatenursprung einen Wendepunkt. Die Tangente in diesem Punkt hat die Gleichung $g(x) = -x$.
Im Punkt $P(2|-4)$ besitzt der Graph G_f eine waagrechte Tangente.

1.1 Zeichnen Sie die Punkte mit ihren Tangenten in ein Koordinatensystem ein und fertigen Sie damit eine möglichst genaue Skizze von G_f an. [4 P.]

1.2 Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von f aus den obigen Angaben.

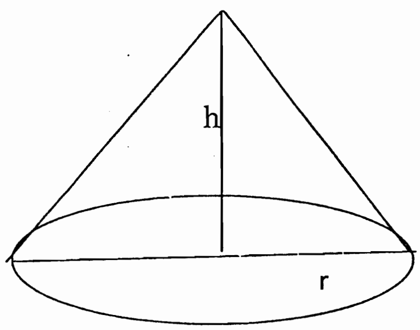
[Ergebnis: $f(x) = 0{,}5x^4 - 1{,}25x^3 - x$] [9 P.]

1.3 Wir betrachten nun die abschnittsweise definierte Funktion h:

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \leq 0 \\ g(x) & \text{für } 0 < x \leq 2{,}5 \\ f(x) & \text{für } x > 2{,}5 \end{cases}$$

Untersuchen Sie - mit möglichst wenig Rechnung - die Übergänge bei x=0 bzw. x=2,5 auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit. (Hinweis: bisherige Erkenntnisse können verwendet werden!) [7 P.]

2.0 Bei dem abgebildeten Kegel ist vorgegeben, dass die Summe aus Höhe h und Radius r stets 12cm betragen soll.



2.1. Bestimmen Sie das Volumen des Kegels als Funktion der Höhe h und geben Sie eine sinnvolle Definitionsmenge an.

[Erg. $V(h) = \pi(\frac{1}{3}h^3 - 8h^2 + 48h)$] [4 P.]

2.2. Berechnen Sie, für welche Höhe h das Kegelvolumen möglichst groß wird. Bestimmen Sie für diesen Fall auch den Radius r und das Volumen des Kegels. [6 P.]

bitte wenden !