

2. Set Mathematik - Analysis

Aufgabe 1

a) ges. $f(x)$
 lös. $f(x) = ax^2(x-5)$ (1)
 $0,4 = a \cdot (-4)$ (1)
 $a = -\frac{1}{10}$ (1)

$$f(x) = -\frac{1}{10}x^2(x-5)$$

$$f(x) = -\frac{1}{10}x^3 + \frac{1}{2}x^2$$
 (1)

b) ges. H
 lös. $f'(x) = -\frac{3}{10}x^2 + x$ (1)
 $f'(x) = 0$ (0,5)
 $0 = x(-\frac{3}{10}x + 1)$ (1)
 $x_1 = 0$ (0,5) $x_2 = \frac{10}{3}$ (0,5)

$$f(0) = 0$$

$$f\left(\frac{10}{3}\right) \approx 1,85$$
 (0,5)

	$]-\infty; 0[$	$]0; \frac{10}{3}[$	$] \frac{10}{3}; +\infty[$
$f'(x)$	-	+	-
	(0,5)	(0,5)	(0,5)
	T	H	
	(0,5)	(0,5)	

Antw. Der Wal ragt 1,85 (0,5)

- c) ges. Richtung des Tropfens (1) Begründung
 lös. 1. Da die Stelle 3,5 rechts der Hochstelle liegt und der Graph nach Abb / Monotonietabelle monoton fallend ist, läuft der Tropfen Richtung Maul (Rechnungen dazu s.o.) (1)
 2. $f'(3,5) = -0,175$ (1) $v < 0$ negativ \rightarrow Graph in diesem Bereich monoton fallend \rightarrow Tropfen läuft in Richtung Maul (1) Begründung
 3. $f(3,3) = 1,85$ (1)
 $f(3,5) = 1,83$
 $f(3,3)$ liegt höher als $f(3,5)$ \rightarrow Graph monoton fallend \rightarrow Tropfen läuft in Richtung Maul (1) Begründung

Aufgabe 2

- a) Die Horizontalstellen liegen bei $x_1 = -2,5$ ^① und $x_2 = 2$ ^①
 x_1 Extremum von - nach + \Rightarrow Tiefpunkt ^① 0,5
 x_2 Berührstelle / doppelte NST: Sattelpunkt / Terrassenpunkt ^① 0,5
- b) Die Wendestellen liegen bei $x_1 = -1$ ^② (nur 1; falls 2 Wendestellen)

Aufgabe 3

- a) geg.: $h_a(x) = x^3 - 3ax^2$
ges. Nullstellen: Lage u. Vielfachheit
lös.: $h_a(x) = 0$
 $0 = x^2(x - 3a)$ ^①
 $x_1 = 0$ [↑] $x_2 = 3a$
doppelt ^① einfach ^① für $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

oder
 $0 = x^3$
 $x_1 = 0$
dreifach ^① für $a = 0$

- b) ges. Wendepunkt
lös.: $h_a'(x) = 3x^2 - 6ax$ ^①
 $h_a''(x) = 6x - 6a$ ^① 0,5
 $h_a''(x) = 0$ ^①
 $0 = 6x - 6a$
 $6x = 6a$
 $x = a$ ^①

$$P(a) = a^3 - 3a \cdot a^2$$
$$= a^3 - 3a^3$$
$$= -2a^3 \quad \text{①} \quad W(a | -2a^3) \quad 0,5$$

