

1.1

$$(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = -1 \Rightarrow D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \checkmark$$

$$G_f \cap x\text{-Achse: } 6-6x=0 \Rightarrow x_3=1 \Rightarrow N(1|0) \checkmark$$

$$G_f \cap y\text{-Achse: } f(0)=6 \Rightarrow T(0|6) \checkmark$$

(5)

$x_{1/2} = -1$ ist eine Polstelle (ohne Vorzeichenwechsel von f .)

$$x \xrightarrow[\text{>0}]{\text{<-0}} -1 \Rightarrow f(x) = \frac{6-6x}{(x+1)^2} \xrightarrow{\text{>0}} +\infty \checkmark$$

1.2

Senkrechte Asymptote: $x = -1$ ✓, waagrechte Asymptote: $y = 0$ ✓

(4)

$$x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) = \frac{6-6x}{(x+1)^2} \xrightarrow{\text{<-0}} 0, \text{ also von unten.} \checkmark$$

1.3

$$f'(x) = \frac{(x+1)(-6) - (6-6x) \cdot 2}{(x+1)^3} = \frac{6x-18}{(x+1)^3} = 0 \Rightarrow x_4=3 \checkmark$$

(6)

	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$\frac{6x-18}{(x+1)^3}$	-	-	-	0	+
$f'(x)$	-	0	+	+	+
G_f	steigt	n. def.	fällt	TIP	steigt

oder: $f''(x) = \frac{(x+1) \cdot 6 - (6x-18) \cdot 3}{(x+1)^4}$

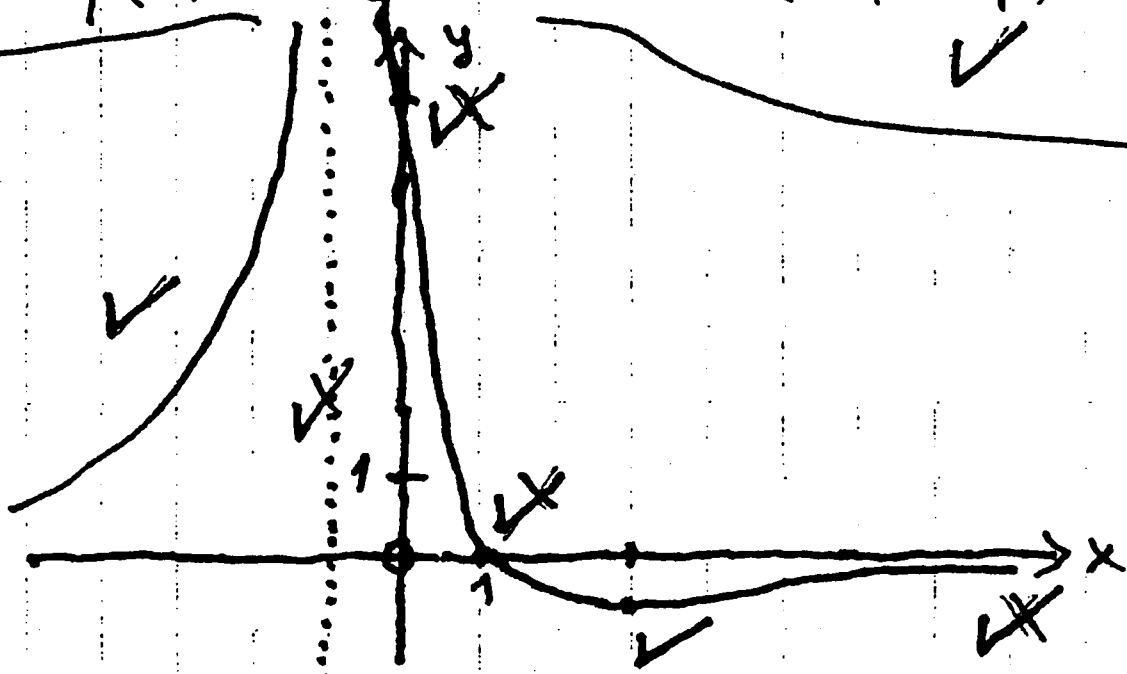
$$= \frac{-12x+60}{(x+1)^4}$$

$$f''(3) = \frac{3}{32} > 0 \Rightarrow \text{TIP}(3 | -\frac{3}{4}) \checkmark$$

$$f(3) = -\frac{3}{4} \Rightarrow \text{TIP}(3 | -\frac{3}{4}) \checkmark$$

1.4

(4)



1.5

$$\frac{12-6(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{6-6x}{(x+1)^2} = f(x) \checkmark$$

(7)

$$\int_0^1 f(x) dx = \left[-\frac{12}{x+1} - 6 \ln(x+1) \right]_0^1 = -6 - 6 \ln 2 + 12 = 6 - 6 \ln 2 \checkmark$$

Flächeninhalt zw. G_f u. d. Achsen ✓

2.1

$$D(g) = \mathbb{R}^+ \checkmark; 4 \ln x \cdot (2 - \ln x) = 0 \Rightarrow \ln x = 0 \checkmark \vee \ln x = 2 \checkmark$$

$$\Rightarrow x_1 = 1 \checkmark \vee x_2 = e^2 \checkmark$$

(6)

$$x \xrightarrow{\text{>0}} 0 \Rightarrow 4 \ln x (2 - \ln x) \xrightarrow{\text{>0}} -\infty \checkmark$$

$$x \rightarrow +\infty \Rightarrow 4 \ln x (2 - \ln x) \xrightarrow{\text{>0}} -\infty \checkmark$$

2.2

$$g'(x) = \frac{4}{x}(2 - \ln x) + 4 \ln x \left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{4}{x}(2 - \ln x - \ln x) = \frac{4}{x}(2 - 2 \ln x) = \frac{8}{x}(1 - \ln x) \checkmark$$

(7)

$$g'(x) = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \checkmark$$

$$x_3 = e \checkmark$$

$$g(e) = 4 \checkmark$$

	$0 < x < e$	$x = e$	$x > e$
$g'(x)$	+	0	-
G_g	steigt	HOP(e 4)	fällt

$$s_1(0) = c = 398 \quad s_1(16) = 398 \cdot e^{k \cdot 16} = 562 \quad e^{16k} = 1,412 \Rightarrow 16k = \ln 1,412 = 0,345 \quad k = 0,0216$$

3.1.

(3)

$$398 \cdot 1,5 = 597 \Rightarrow 398 \cdot e^{0,0216 t} = 597 \quad e^{0,0216 t} = 1,5 \quad 0,0216 t = \ln 1,5 = 0,4055 \quad t = 18,77$$

3.2

(4)

$\Rightarrow$ Im Jahre 1989 hat sich die 1970-Emission um 50% erhöht.

$$\int_0^{21} 398 \cdot e^{0,0216 t} dt = \left[398 \cdot 46,3 \cdot e^{0,0216 t} \right]_0^{21} \quad (\text{genauer: } 29001 - 18426) = 10575 \quad = 29004 - 18427 = 10577$$

3.3

(4)

Es handelt sich um die Gesamtemission von 1971-einschl. 1991.

$$s_1(21) = 398 \cdot e^{0,0216 \cdot 21} = 626,44 \approx 625,53 = s_2(21) \Rightarrow s \text{ ist bei } t=21 \text{ stetig.}$$

3.4.1

(3)

$$\dot{s}_2(t) = -941 \cdot (-0,0235) \cdot e^{-0,0235 t} = 22,11 \cdot e^{-0,0235 t} > 0 \Rightarrow \text{Emission steigt weiter} \quad \ddot{s}_2(t) = 22,11 \cdot (-0,0235) \cdot e^{-0,0235 t} = -0,52 \cdot e^{-0,0235 t} < 0 \Rightarrow \text{Emissionszunahme nimmt ab.}$$

3.4.2

(4)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (1200 - 941 \cdot e^{-0,0235 t}) = 1200$$

3.4.3

Die jährliche Emission konsolidiert sich auf 1200.

(3)

$$s(37) = s_2(37) = 1200 - 941 \cdot e^{-0,0235 \cdot 37} = 805,6 > 753, \text{ d.h. die EU-Norm wurde unterschritten.}$$