

Nr.	Lösungshinweise zu AII 2009	BE
1.1	$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $S_y(0 6)$, $S_x(1 0)$; $x = -1$: Unendlichkeitsstelle (Pol) 2. Ordnung (ohne VZW); $x \rightarrow -1$: $f(x) \rightarrow +\infty$;	5
1.2	Grad($z(x)$) < Grad($n(x)$) $\Rightarrow G_f$ hat die waagerechte Asymptote $y = 0$; $x \rightarrow +\infty$: $N > 0 \wedge Z < 0$ (alternativ mit l'Hospital) $\Rightarrow f(x) \rightarrow 0^- \Rightarrow$ Graph nähert sich von unten; senkrechte Asymptote $x = -1$;	4
1.3	$f'(x) = \frac{(x+1)^2 \cdot (-6) - (6-6x) \cdot 2 \cdot (x+1)}{(x+1)^4} = \frac{6x-18}{(x+1)^3}$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$; VZW. von - nach + \Rightarrow Tiefpunkt: T(3 -0,75)	6
1.4		4
1.5	$\frac{12}{(x+1)^2} - \frac{6}{x+1} = \frac{12-6(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{6-6x}{(x+1)^2} = f(x)$ $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(\frac{12}{(x+1)^2} - \frac{6}{x+1} \right) dx =$ $\left[-\frac{12}{x+1} - 6 \cdot \ln(x+1) \right]_0^1 = 6 - 6 \ln(2)$: Maßzahl der Fläche zwischen G_f und den Achsen.	7
2.1	$D_g = \mathbb{R}^+$; Nullstellen: $\ln(x) = 0 \vee \ln(x) = 2 \Leftrightarrow x_1 = 1 \vee x_2 = e^2$; Verhalten von g : $x \rightarrow +\infty$: $4 \cdot \ln(x) \cdot (2 - \ln(x)) \rightarrow -\infty$; $x \rightarrow 0^+$: $4 \cdot \ln(x) \cdot (2 - \ln(x)) \rightarrow -\infty$	6
2.2	$g'(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{x} \cdot (2 - \ln(x)) + \ln(x) \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) \right) = \frac{8 \cdot (1 - \ln(x))}{x}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = e$; da $x > 0$ gilt: $g'(x) > 0$, wenn $x < e$: g nimmt streng monoton zu für $x \in]0; e]$ und g nimmt streng monoton ab für $x \in [e; +\infty[$; $x = e$ ist Maximalstelle; Hochpunkt H(e 4). Die Monotonie und die Art des Extrempunktes kann auch mit dem Verhalten von g begründet werden.	7
3.1	I) $398 = c$; II) $562 = 398 \cdot e^{k \cdot 16} \Rightarrow \frac{562}{398} = e^{16k} \Rightarrow 16k = \ln\left(\frac{562}{398}\right) \Rightarrow k \approx 0,0216 \left[\frac{1}{a} \right]$;	3
3.2	$398 \cdot e^{0,0216 \cdot t} = 1,5 \cdot 398 \Rightarrow \frac{\ln(1,5)}{0,0216} \approx 18,8$ [a]; 1989 wäre die Emissionsrate gegenüber 1970 um 50% erhöht gewesen	4
3.3	$\int_0^{21} 398 \cdot e^{k \cdot t} dt = \left[\frac{398}{0,0216} \cdot e^{0,0216 \cdot t} \right]_0^{21} = 18426 \cdot (e^{0,0216 \cdot 21} - e^0) \approx 10576$ (bzw. $10,6 \cdot 10^3$) [ME]; der Wert entspricht etwa der Gesamtemission von Anfang 1971 bis einschließlich 1991. (Wegen der Mittelwertbildung der Integration fällt er im Vergleich zu dem genauen Wert $\sum_{n=1}^{21} 398 \cdot e^{0,0216} = 10691$ etwas zu niedrig aus)	4
3.4.1	$\lim_{t \rightarrow 21^-} [s_1(t)] = \lim_{t \rightarrow 21^-} [398 \cdot e^{0,0216 \cdot t}] \approx 626$; $\lim_{t \rightarrow 21^+} [s_2(t)] = \lim_{t \rightarrow 21^+} [1200 - 941 \cdot e^{-0,0235 \cdot t}] \approx 626$ $s(21) \approx 626$, also stetig an der Stelle $t_0 = 21$;	3
3.4.2	Für $t > 21$ gilt: $\frac{ds}{dt} = \dot{s}(t) = 22,1 \cdot e^{-0,0235 \cdot t} > 0 \Rightarrow$ die Schadstoffemission steigt weiter; $\ddot{s}(t) = -0,5 \cdot e^{-0,0235 \cdot t} < 0 \Rightarrow$ die Zunahme wird geringer	4
3.4.3	$\lim_{t \rightarrow \infty} [1200 - 941 \cdot e^{-0,0235 \cdot t}] = 1200$: Die Emission soll nach längerer Zeit konstant bei 1200 ME pro Jahr liegen; $s(37) = 806 > 753$: Die Schadstoffemission ist geringer als erwartet oder die Entwicklung ist günstiger als erwartet.	3
	Summe	60