

1.1 (8)

$$f(x) = \frac{x(x-1)}{2(x-1,5)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \tilde{f}(x) = \frac{x}{2(x-1,5)}$$

$$\Rightarrow D(f) = \mathbb{R} \setminus \{1; 1,5\}; \text{ Nullstelle: } x_3 = 0$$

Art der Lücken:  $x_1 = 1,5$  ist Polstelle,  $x_2 = 1$  ist eine stetig behebbare Definitionslücke

$$\text{NR: } 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

$$x_1 = 1,5; x_2 = 1$$

1.2 (4)

$\tilde{f}$  (s.o.) entsteht durch Herauskürzen des Linearfaktors  $x-1$  aus dem Term von  $f$ ; Nenner wird 0 nur für  $x_1 = 1,5$   
 $\Rightarrow D(\tilde{f}) = \mathbb{R} \setminus \{1,5\}$

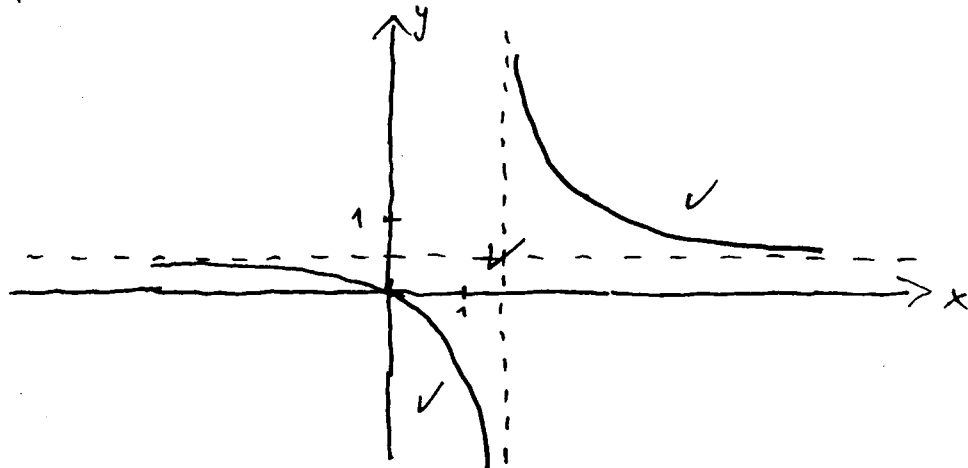
|                | $x < 0$ | $0$ | $0 < x < 1,5$ | $1,5$   | $x > 1,5$ |
|----------------|---------|-----|---------------|---------|-----------|
| $x$            | -       | 0   | +             | +       | +         |
| $2x-3$         | -       | -   | -             | 0       | +         |
| $\tilde{f}(x)$ | +       | 0   | -             | n. def. | +         |

$$\Rightarrow \tilde{f}(x) > 0 \text{ für } x \in ]-\infty; 0[ \cup ]1,5; +\infty[$$

$$\tilde{f}(x) < 0 \text{ für } x \in ]0; 1,5[$$

1.3 (5)

Zählergrad = Nennergrad  $\Rightarrow$  waagr. As.:  $y = \frac{1}{2}$   
 $x_1 = 1,5$  Polstelle  $\Rightarrow$  senkr. As.:  $x = 1,5$



1.4 (5)

$$x : (2x-3) = \frac{1}{2} + \frac{1,5}{2x-3}$$

$$A = \int_0^1 \left( \frac{1}{2} - \tilde{f}(x) \right) dx = \int_0^1 \left( -\frac{1,5}{2x-3} \right) dx = -\frac{3}{4} \int_0^1 \frac{1}{x-1,5} dx$$

$$= -\frac{3}{4} \left[ \ln|x-1,5| \right]_0^1 = -\frac{3}{4} [\ln 0,5 - \ln 1,5] \approx 0,82 \text{ [FE]}$$

$$g(x) = \ln(\tilde{f}(x)) \quad (2) \quad 2.1$$

$D(g)$  ist die Menge, in der  $\tilde{f}(x) > 0$  gelten muss  $\Rightarrow$

$$D(g) = \mathbb{R} \setminus [0; 1,5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \left( \frac{x}{2x-3} \right) = \ln \frac{1}{2} (= -\ln 2) \quad (4) \quad 2.2$$

$\downarrow$   
 $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln \left( \frac{x}{2x-3} \right) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1,5} \ln \left( \frac{x}{2x-3} \right) = +\infty$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 $0+$                        $+\infty$

Aus 2.2 folgt: waagerechte As.:  $y = -\ln 2$   $\checkmark$  (4) 2.3  
senkrechte As.:  $x = 0$ ;  $x = 1,5$   $\checkmark$

Nullstelle von  $g$ :

$$\frac{x}{2x-3} = 1 \checkmark \Rightarrow x = 2x-3 \Rightarrow \underline{x=3} \checkmark$$

$$g'(x) = \frac{2x-3}{x} \cdot \frac{2x-3-2x}{(2x-3)^2} = \frac{-3}{x(2x-3)} = 0: \text{keine L\u00f6s.} \quad (7) \quad 2.4$$

|                      | $x < 0$ | $x > 1,5$ |              |
|----------------------|---------|-----------|--------------|
| $\frac{-3}{x(2x-3)}$ | -       | -         | $\checkmark$ |
| $g'(x)$              | +       | +         | $\checkmark$ |
|                      | -       | -         | $\checkmark$ |

$\Rightarrow G(g)$  f\u00e4llt in  $] -\infty; 0[$  und in  $] 1,5; +\infty[$ .

# AI-3

3.1 (2)  $N(0,5) = N_0 \cdot e^{30,5 - 0,5^2} = N_0 \cdot e^{1,25} = 1745 \checkmark$   
 $\Rightarrow N_0 \cdot 3,49 = 1745 \Rightarrow N_0 = 500 \checkmark$

3.2 (5)  $\dot{N}(t) = \underbrace{500 \cdot e^{3t-t^2}}_{>0} \cdot \underbrace{(3-2t)}_{\substack{\text{wechselt bei } 1,5 \\ \text{von } + \text{ nach } -}} = 0 \Rightarrow 3-2t=0 \Rightarrow t=1,5 \checkmark$

$\dot{N}$  wechselt bei  $t=1,5$  von pos. zu negativen Werten  
 $\Rightarrow$  Für  $t=1,5$  ist die Anzahl der Pilze maximal  $\checkmark$   
 $N(1,5) = 500 \cdot e^{2,25} = 4744 \checkmark$

Zum Zeitpunkt  $t=1,5$  sind 4744 Pilze vorhanden.

3.3 (6)  $\ddot{N}(t) = 500 \cdot [e^{3t-t^2} \cdot (-2) + e^{3t-t^2} (3-2t)^2] \checkmark \checkmark$   
 $= 500 e^{3t-t^2} \cdot [(3-2t)^2 - 2] = 0 \Rightarrow$   
 $(3-2t)^2 = 2 \Rightarrow 3-2t = \pm \sqrt{2} \Rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2} \checkmark \checkmark$   
 also  $t_{1/2} = 1,5 \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$  Wendestellen von  $N$ ,  
 da einfache Nst. von  $\ddot{N}$

$t = 1,5$  ist Maximalstelle von  $N \checkmark \Rightarrow$

Bei  $t_1 = 1,5 - \frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0,79$  stärkstes Wachstum und  $\checkmark$   
 bei  $t_2 = 1,5 + \frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 2,21$  stärkste Abnahme der Kultur.  $\checkmark$

3.4 (4)  $N(t) = 500 \cdot e^{3t-t^2} < 1 \checkmark \Rightarrow e^{3t-t^2} < 0,002 \quad | \ln$

$3t - t^2 < -6,215 \checkmark \Rightarrow t^2 - 3t - 6,215 \geq 0 \checkmark$

Nullstellen der Parabel:  $D = 9 + 24,86 = 33,86 \checkmark$

$t > 0 \Rightarrow t = \frac{3 + 5,82}{2} = 4,41 \checkmark$

$\Rightarrow$  Nach 4,41 h, also nach 4h 24min 36s ist die  
 Pilzkultur abgestorben.  $\checkmark$

