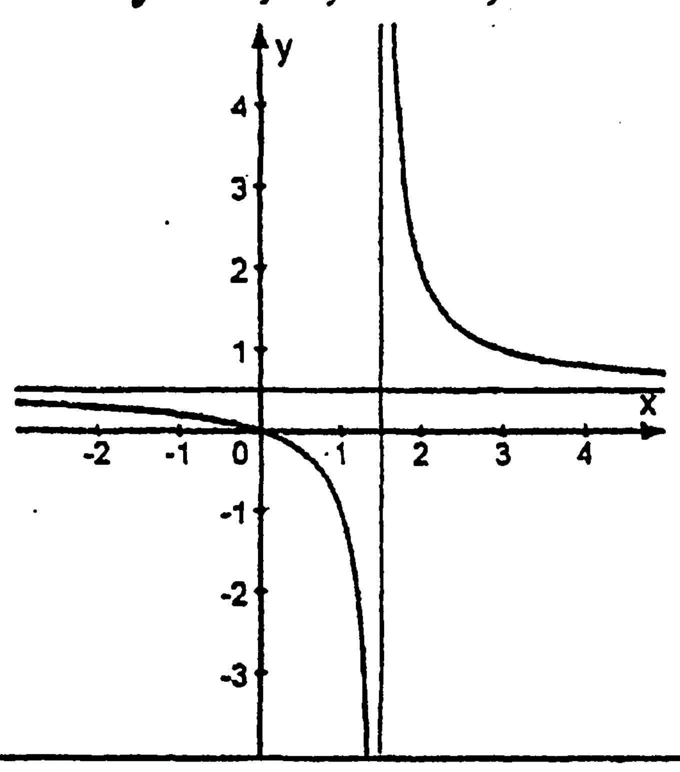
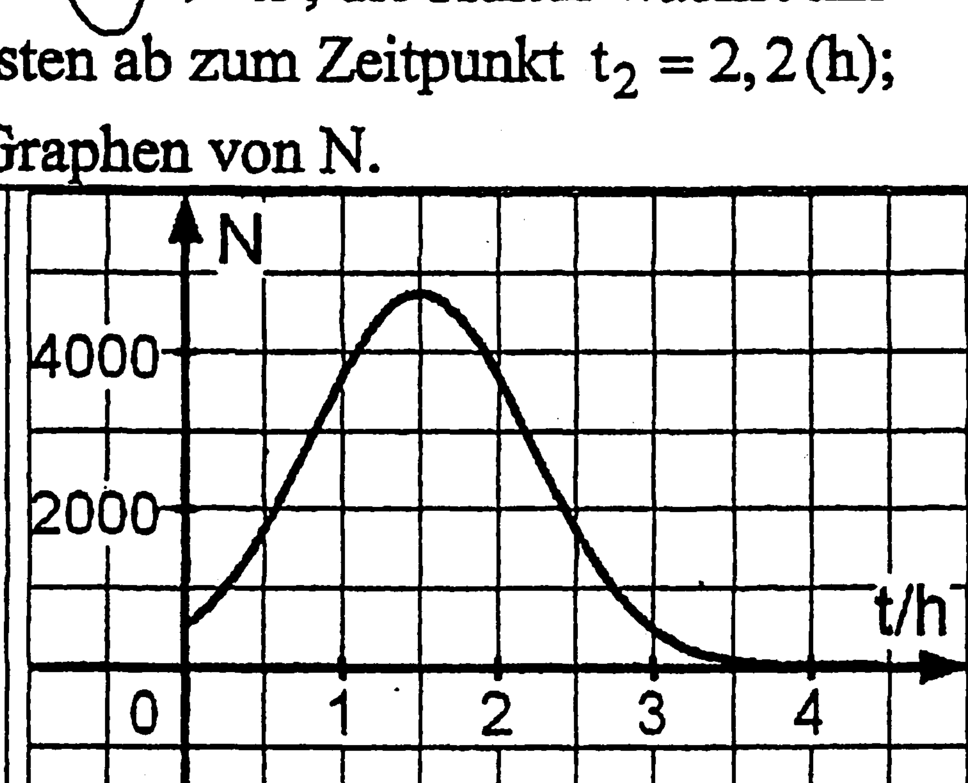
Abiturprüfung 2010 zum Erwerb der fachgebundenen Hochschulreife an Fachoberschulen und Berufsoberschulen

Mathematik Nichttechnik; Lösungshinweise zu den Aufgaben

Nr.	Lösungshinweise zu AI	BE
1.1	Ns Nenner: $2x^2-5x+3=0 \Leftrightarrow x_1=1{,}5 \vee x_2=1 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}\setminus\{1;1{,}5\}$; Ns Zähler: $x^2-x=0$ $\Leftrightarrow x_3=0 \vee x_4=1 \notin D_f$; Ns. von f: $x=0$; $x=1$ ist stetig behebbare Definitionslücke ($\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-1$); $x=1{,}5$ ist Polstelle mit VZW	8
1.2	$f(x)=\frac{x(x-1)}{(2x-3)(x-1)} \Rightarrow \tilde{f}(x)=\frac{x}{2x-3}$; Vorzeichentabelle: $\begin{array}{c\|c} & 0 \qquad 1{,}5 \\ \hline x & --0++++++ \\ \hline 2x-3 & -----0+++ \\ \hline \tilde{f}(x) & ++0--/+++ \end{array}$ $\tilde{f}(x)>0$ für $x\in\left]-\infty;0\right[\cup\left]1{,}5;+\infty\right[$ und $\tilde{f}(x)<0$ für $x\in\left]0;1{,}5\right[$;	4
1.3	As: $y=0{,}5$; $x=1{,}5$  $\frac{1}{2}+\frac{1{,}5}{2x-3}=\frac{2x-3+3}{2(2x-3)}=\tilde{f}(x)$; $A=\int_0^1\left(\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1{,}5}{2x-3}\right)\right)dx=$	5
1.4	$\left[-0{,}75\cdot\ln\lvert 2x-3\rvert\right]_0^1=0-(-0{,}75\cdot\ln(3))\approx 0{,}82$	5
2.1	$\frac{x}{2x-3}>0$; aus 1.2 folgt $x>\frac{3}{2}\vee x<0 \Rightarrow D_g=\mathbb{R}\setminus[0;1{,}5]$	2
2.2	$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\ln\left(\frac{x}{2x-3}\right)=\ln\left(\frac{1}{2}\right)=-\ln(2)$; $x\overset{<}{\to}0:\tilde{f}(x)\to 0^+ \Rightarrow$ $g(x)\to-\infty$; $x\overset{>}{\to}1{,}5:\tilde{f}(x)\to+\infty \Rightarrow g(x)\to+\infty$	4
2.3	Senkrechte Asymptoten: $x=0$; $x=1{,}5$; waagrechte Asymptote: $y=-\ln(2)$; Nullstelle: $g(x)=0 \Rightarrow \frac{x}{2x-3}=1 \Leftrightarrow x=3$	4
2.4	$g'(x)=\frac{2x-3}{x}\cdot\frac{(2x-3)\cdot 1-2x}{(2x-3)^2}=\frac{-3}{x(2x-3)}$; Zähler <0; Nennervorzeichen siehe 1.2. Wegen $D_g=\mathbb{R}\setminus[0;1{,}5]$ ist $g'(x)$ immer negativ. G_g fällt also streng monoton in den Intervallen $\left]-\infty;0\right[$ und $\left]1{,}5;+\infty\right[$.	7
3.1	$N(0{,}5)=N_0\cdot e^{(1{,}5-0{,}25)}=1745$; $N_0=\frac{1745}{e^{1{,}25}}\approx 500$	2
3.2	$\dot{N}(t)=500\cdot(3-2t)\cdot e^{3t-t^2}$; $\dot{N}(t)=0$ für $t=1{,}5$; $e^{3t-t^2}>0$, der zweite Faktor ist eine fallende Gerade: $\Rightarrow$ t ist Maximum; Maximalwert: $N_{max}\approx 4744$	5
3.3	$\ddot{N}(t)=500\cdot((3-2t)^2-2)\cdot e^{3t-t^2}$; $4t^2-12t+7=0 \Leftrightarrow t_1=0{,}8 \vee t_2=2{,}2$; Art: $e^{3t-t^2}>0$ und der zweite Faktor ist eine nach oben geöffnete Parabel: x; die Kultur wächst am stärksten zum Zeitpunkt $t_1=0{,}8$ (h) und nimmt am stärksten ab zum Zeitpunkt $t_2=2{,}2$ (h); es handelt sich um die Abszissen der Wendepunkte des Graphen von N.	6
3.4	$N(t)<1: 500\cdot e^{(3t-t^2)}<1 \Leftrightarrow e^{(3t-t^2)}<0{,}002$ $\Leftrightarrow (3t-t^2)<\ln(0{,}002) \Leftrightarrow -t^2+3t+6{,}2<0$ 	4
3.5	$-t^2+3t+6{,}2=0 \Leftrightarrow t_1\approx 4{,}4 \vee t_2\approx -1{,}4 \notin D_N$; Die Gleichung stellt eine nach unten offene Parabel dar: t; nach $t>4{,}4$ h ist die Pilzkultur völlig abgestorben	4
	Summe	60