

- 1.0 Im \mathbb{R}^3 sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$, der Punkt $P(1|4|1)$ und die Ebene $F: \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{4} + \frac{x_3}{6} = 1$ gegeben.
- 1.1 Weisen Sie nach, dass durch die Gerade g und den Punkt P genau eine Ebene E bestimmt wird, und bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform. (mögliches Ergebnis: $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 8 = 0$) (7 BE)
- 1.2 Bringen Sie die Ebene E in Achsenabschnittsform, geben Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen an und zeichnen Sie die Ebene E in ein Koordinatensystem. (4 BE)
- 1.3 Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgerade s von E und F . (3 BE)
- 1.4 Zeichnen Sie F und s in das Koordinatensystem von 1.2. (2 BE)
- 2.0 Im \mathbb{R}^3 sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ m \end{pmatrix}$ mit $m \in \mathbb{R}$ gegeben.
- 2.1 Berechnen Sie, für welche Werte von m die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} eine Basis des \mathbb{R}^3 bilden. (5 BE)
- 2.2 Stellen Sie für $m=5$ den Vektor $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} dar. (3 BE)
- 3.0 Die drei Zweigwerke U , V und W eines Unternehmens sind nach dem Leontief-Modell untereinander und mit dem Markt verflochten. Die Inputmatrix ist gegeben durch $A = \begin{pmatrix} 0 & 0,15 & 0,02 \\ 0,125 & 0 & 0,08 \\ 0,20 & 0,05 & 0 \end{pmatrix}$. Die derzeitige Produktion beträgt im Werk U 400 Mengeneinheiten (ME), im Werk V 600 ME, im Werk W 500 ME.
- 3.1 Erläutern Sie die Bedeutung der Werte 0 in der Inputmatrix und erstellen Sie die Input-Output-Tabelle für das Unternehmen. (5 BE)
- 3.2 In der Urlaubszeit fährt das Werk W seine Produktion von 500 ME auf 220 ME herunter. Das Werk V soll weiterhin das 1,5-fache des Werkes U produzieren. Berechnen Sie die für das Werk U unter diesen Bedingungen möglichen Produktionsmengen. (5 BE)
- 3.3 Nach der Urlaubszeit soll die Produktion in Werk U wieder 80% der Produktion des Werkes W betragen. Zeigen Sie, dass unter dieser Voraussetzung, unabhängig von der Produktion in Werk V , die Summe der Marktabgaben 80% der Gesamtproduktion aller drei Werke beträgt. (6 BE)