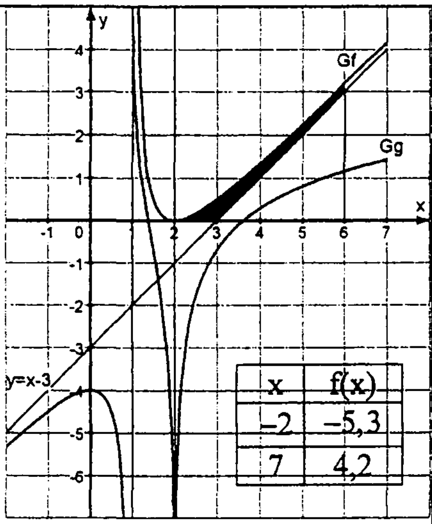
Abiturprüfung 2011 zum Erwerb der fachgebundenen Hochschulreife an Fachoberschulen und Berufsoberschulen
Mathematik Nichttechnik; Lösungshinweise zu den Aufgaben

Nr.	Lösungshinweise zu AI	BE
1.1	$D_f = \mathbb{R}\setminus\{1\}$; senkrechte Asymptote: $x=1$; $(x^2-4x+4):(x-1) = x-3+\frac{1}{x-1} \Rightarrow$ schiefe Asymptote: $y = x-3$; Ns: $x_{1,2}=2$	5
1.2	$f'(x) = \frac{(x-1)\cdot 2\cdot(x-2)-(x-2)^2\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_3 = 0$; $N>0$ in D_f, Z ist eine nach oben geöffnete Parabel: x $\Rightarrow$ TP$(2\,\vert\,0)$, HP$(0\,\vert\,-4)$	7
1.3	 $A = \int_2^6 f(x)dx - \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3 = \int_2^6 (x-3+\frac{1}{x-1})dx - 4{,}5 =$	5
1.4	$\left[0{,}5x^2-3x+\ln(x-1)\right]_2^6 - 4{,}5 = 18-18+\ln(5)$ $-(2-6+0)-4{,}5 = \ln(5)-0{,}5 \approx 1{,}1$; Fläche siehe 1.3	5
1.5.1	$D_g: f(x)>0: D_g =]1;\infty[\setminus\{2\}$; $x \overset{>}{\to} 1 \Rightarrow f(x)\to+\infty$ $\Rightarrow g(x)\to+\infty$; $x\to 2 \Rightarrow f(x)\to 0^+ \Rightarrow g(x)\to-\infty$; $x\to+\infty \Rightarrow f(x)\to+\infty \Rightarrow g(x)\to+\infty$ senkrechte Asymptoten: $x=1$, $x=2$;	6
1.5.2	$g(x)=0 \Rightarrow f(x)=1: \frac{(x-2)^2}{x-1} = 1 \Rightarrow x^2-5x+5=0 \Rightarrow$ $x_1 = \frac{5+\sqrt{5}}{2} \vee x_2 = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$; Graph siehe 1.3	6
2	(1) nicht entscheidbar; (2) richtig: $h'(x)>0$ für $x<0$ und $h'(x)<0$ für $x>0 \Rightarrow$ Hochpunkt an der Stelle $x=0$; (3) falsch, da $h'(1)\neq 0$;	5
3.1	$B(7)=35: (7a+b)e^{-1{,}05}+70=35$ (I); $\dot{B}(t) = (a-0{,}15at-0{,}15b)e^{-0{,}15t}$: $\dot{B}(7)=0 \Rightarrow$ $(-0{,}05a-0{,}15b)e^{-1{,}05}=0$ (II); aus (II) $-0{,}05a-0{,}15b=0 \Rightarrow a=-3b$; in (I): $-20be^{-1{,}05}+70=35$; $b=1{,}75e^{1{,}05}\approx 5{,}00$: $a=-5{,}25e^{1{,}05}\approx -15{,}00$;	7
3.2	$B(0)=5(1-3\cdot 0)e^{-0{,}15\cdot 0}+70 = 75$ (Millionen Fische); $\lim\limits_{t\to\infty}[5\underbrace{(1-3t)}_{\to-\infty}\underbrace{e^{-0{,}15t}}_{\to 0}+70]=70$ (e-Funktion „überwiegt“) oder mit L'Hospital: $\lim\limits_{t\to\infty}[5\frac{1-3t}{e^{0{,}15t}}+70] \overset{l'H}{=} \lim\limits_{t\to\infty}[\frac{-15}{0{,}15e^{0{,}15t}}+70] =$ 70; auf lange Sicht gesehen stellt sich ein Bestand von 70 Millionen Fischen ein.	4
3.3	$B(16{,}5)=49{,}59$ (Millionen Fische); $\dot{B}(t) = -15\cdot e^{-0{,}15t}+(-15t+5)(-0{,}15)e^{-0{,}15t} =$ $(2{,}25t-15{,}75)e^{-0{,}15t} = 2{,}25(t-7)e^{-0{,}15t}$; $\dot{B}(16{,}5)=1{,}80$; die momentane jährliche Zunahme am 1.7.2011 beträgt 1,80 Millionen Fische pro Jahr.	5
3.4	$\ddot{B}(t) = 2{,}25(-0{,}15t+2{,}05)e^{-0{,}15t}$; $\ddot{B}(t)=0 \Rightarrow -0{,}15t+2{,}05=0 \Leftrightarrow t_1 = \frac{41}{3}\approx 13{,}67$ (Jahre), VZW von + nach – $\Rightarrow$ $\dot{B}(t)$ hat für t_1 ein absolutes Maximum; die größte Bestandszunahme war im Jahr 2008.	5
	Summe	60