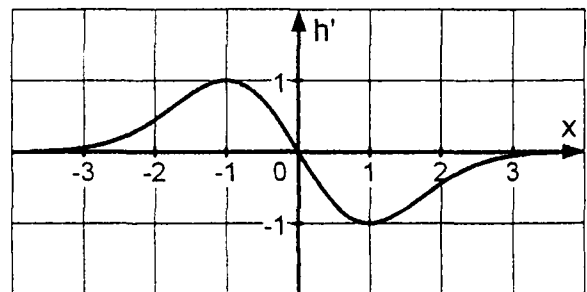


- 1.0 Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{(x-2)^2}{x-1}$ in ihrer maximalen Definitionsmenge $D_f \subset \mathbb{R}$. Ihr Graph ist G_f .
- 1.1 Bestimmen Sie D_f , die Gleichungen aller Asymptoten von G_f und geben Sie die Nullstelle von f an. (5 BE)
- 1.2 Ermitteln Sie die Art und die Koordinaten der Extrempunkte von G_f .
(Teilergebnis: $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$) (7 BE)
- 1.3 Zeichnen Sie die Asymptoten und G_f mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse und der Berechnung weiterer Funktionswerte für $-2 \leq x \leq 7$ in ein Koordinatensystem. (1 LE = 1 cm) (5 BE)
- 1.4 Der Graph G_f schließt mit der x -Achse, seiner schiefen Asymptote und der Geraden $x=6$ ein Flächenstück ein. Kennzeichnen Sie das Flächenstück in der Zeichnung von 1.3 und berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts. (5 BE)
- 1.5.0 Im Weiteren wird die Funktion $g: x \mapsto \ln(f(x)) = \ln\left(\frac{(x-2)^2}{x-1}\right)$ in ihrer maximalen Definitionsmenge $D_g \subset \mathbb{R}$ betrachtet. Ihr Graph ist G_g . Zur Lösung der Aufgaben können die Ergebnisse der bisherigen Teilaufgaben verwendet werden.
- 1.5.1 Bestimmen Sie D_g , untersuchen Sie das Verhalten von $g(x)$ an den Rändern von D_g und geben Sie die Gleichungen aller Asymptoten von G_g an. (6 BE)
- 1.5.2 Bestimmen Sie die Nullstellen von g und skizzieren Sie den Graphen G_g mit anderer Farbe in das Koordinatensystem der Aufgabe 1.3. (6 BE)

- 2 Eine Funktion h sei auf ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar. In der Abbildung ist der **Graph der Ableitung h'** dargestellt. Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen **zur Funktion h** richtig, falsch oder nicht entscheidbar sind. Falls Sie sich für richtig oder falsch entscheiden, begründen Sie Ihre Antwort jeweils kurz.



- (1) $h(x) \leq 0$ für $0 \leq x \leq 3$
- (2) An der Stelle $x=0$ besitzt der Graph von h einen Hochpunkt.
- (3) Der Graph von h besitzt bei $x=1$ eine Tangente, die parallel zur Geraden $y=1$ ist. (5 BE)

Fortsetzung AI

- 3.0 Durch starke Überfischung war der Fischbestand des Gelbflossenthuns im Südostatlantik stark gefährdet, worauf Verhandlungen über Schutzmaßnahmen aufgenommen wurden. Auf der Basis von Messungen der Fischpopulation wurde das folgende mathematische Modell entwickelt. Für den Bestand B (in Millionen Fischen) zum Zeitpunkt t (in Jahren) gilt:

$$B(t) \mapsto (at + b)e^{-0,15t} + 70 \text{ mit } t \geq 0 \text{ und } a, b \in \mathbb{R}.$$

Die Zeit t wurde auf den 1.1.1995 bezogen.

Auf Einheiten wird bei der Rechnung verzichtet. Ergebnisse sind gegebenenfalls auf zwei Nachkommastellen zu runden.

- 3.1 Berechnen Sie die Werte für a und b , wenn am 1.1.2002 der Bestand den minimalen Wert von 35 Millionen Fischen erreicht hat.
(Ergebnis: $a = -15$, $b = 5$) (7 BE)
- 3.2 Berechnen Sie den Bestand des Gelbflossenthuns am 1.1.1995, bestimmen Sie den Grenzwert der Funktion B für $t \rightarrow \infty$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sinne der vorliegenden Thematik. (4 BE)
- 3.3 Berechnen Sie den Bestand am 1.7.2011 und die momentane jährliche Zunahme, die das Modell zu diesem Zeitpunkt liefert.
(Teilergebnis: $\dot{B}(t) = 2,25(t - 7)e^{-0,15t}$) (5 BE)
- 3.4 Zeigen Sie, dass es nach diesem Modell einen Zeitpunkt größter Bestandszunahme gab, und berechnen Sie, in welchem Jahr dies der Fall war. (5 BE)