

BI

- 1.0 In einem Koordinatensystem des  $\mathbb{R}^3$  sind die Punkte  $A(-5|2|7)$ ,  $B(0|2|1)$ ,  $C(2|1|-1)$  und  $D(1|-1|1)$  gegeben.
- 1.1 Berechnen Sie die Vektoren  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ , und  $\overline{AD}$  und zeigen Sie, dass die vier Punkte die Eckpunkte eines Trapezes sind. Skizzieren Sie das Trapez und bezeichnen Sie die Eckpunkte. (6 BE)
- 1.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes M der beiden Trapezdiagonalen. (4 BE)
- 1.3 Durch die Punkte A, B, C und D ist die Ebene E festgelegt. Bestimmen Sie je eine Gleichung der Ebene E in Parameterform und in parameterfreier Form. (Mögliches Teilergebnis:  $E: 6x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 9 = 0$ ) (4 BE)
- 1.4 Ermitteln Sie die Schnittpunkte der Ebene E mit der  $x_1$ - und der  $x_2$ -Achse und stellen Sie damit die Gleichung der Schnittgeraden der Ebene E mit der  $x_1x_2$ -Ebene auf. (3 BE)

- 2.0 Drei Sektoren U, V, W eines Unternehmens sind untereinander und mit dem Markt nach dem Leontief-Modell gemäß der nebenstehenden Input-Output-Tabelle verflochten. (Angaben in Mengeneinheiten ME)

	U	V	W	Markt	Produktion
U	$x_{11}$	0	72	78	250
V	50	$x_{22}$	0	110	200
W	100	20	$x_{33}$	72	240

- 2.1 Bestimmen Sie die Inputmatrix, die zu dieser Verflechtung gehört. (5 BE)
- 2.2 Berechnen Sie den Produktionsvektor  $\vec{x}$ , wenn die Marktabgabe  $\vec{y} = \begin{pmatrix} 120 \\ 90 \\ 80 \end{pmatrix}$  ermöglicht werden soll. (5 BE)
- 2.3 Für das nächste Jahr plant man in U eine Produktion von 300 ME, in V von 250 ME. Jeder Sektor soll so viel produzieren, dass von den Gütern jedes Sektors mindestens 30 ME an den Markt abgegeben werden können. Bestimmen Sie das Intervall, in dem sich die Produktion von W bewegen muss. (6 BE)
- 2.4 Im Folgenden hängt der Produktionsvektor von einer Variablen  $a \in \mathbb{R}_0^+$  ab. Es gilt:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} a^2 \\ a \\ 5a \end{pmatrix}$ . Beim Verkauf am Markt erzielt man bei den Gütern von U 10 GE (Geldeinheiten), von V 15 GE und von W 20 GE je ME. Bestimmen Sie a so, dass die Gesamteinnahmen einen Maximalwert annehmen. (7 BE)