

**Abiturprüfung 2012 zum Erwerb der fachgebundenen Hochschulreife an
Fachoberschulen und Berufsoberschulen
Mathematik Nichttechnik; Lösungshinweise zu den Aufgaben**

Nr.	Lösungshinweise zu AI	BE
1.1	Definitionsmenge: $2x^2 - 8x + 6 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1 \vee x_2 = 3$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$; Ns des Zählers: $x_2 = 3 \vee x_3 = -2$; $x_2 = 3$ ist eine stetig behebare DL; $x_1 = 1$ ist ein Pol mit VZW; Ns von f: $x_3 = -2$;	6
1.2	$\frac{(x-3)(x+2)}{2(x-1)(x-3)} = \frac{(x+2)}{2(x-1)} = \tilde{f}(x)$, $D_{\tilde{f}} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $x \xrightarrow{>} 1: \tilde{f}(x) \rightarrow +\infty$, $x \xrightarrow{<} 1: \tilde{f}(x) \rightarrow -\infty$; Asymptoten: $x = 1$ (senkrecht) und $y = 0,5$ (waagrecht).	5
1.3	$\tilde{f}'(x) = \frac{2(x-1) - (x+2) \cdot 2}{4(x-1)^2} = \frac{-3}{2(x-1)^2} < 0 \forall x \in D_{\tilde{f}}$ $\Rightarrow G_{\tilde{f}}$ ist streng monoton fallend in den Intervallen $]-\infty; 1[$ und $]1; \infty[$; $W = \mathbb{R} \setminus \{0,5\}$;	6
1.4	$\tilde{f}'(2) = -1,5$; $\tilde{f}(2) = 2$: $P(2 2) \Rightarrow t: y = -1,5x + 5$; $\tilde{f}'(x) = -1,5 \Rightarrow \frac{-3}{2(x-1)^2} = -1,5 \Rightarrow (x-1)^2 = 1 \Rightarrow$	6
1.5	$x_4 = 0 \vee x_5 = 2$; $\Rightarrow R(0 -1)$	6
1.6	$\frac{1}{2} + \frac{3}{2x-2} = \frac{x-1+3}{2x-2} = \frac{x+2}{2x-2}$ oder Polynomdivision; $\tilde{f}(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x-1} \Rightarrow$ $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \ln x-1 (+C) = \frac{1}{2}(x + 3 \cdot \ln x-1) (+C)$ $\int_{-2}^0 \tilde{f}(x) dx = \left[\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \ln x-1 \right]_{-2}^0 = 0 - (-1 + \frac{3}{2} \ln(3)) = 1 - \frac{3}{2} \ln(3) < 0 \Rightarrow A = \frac{3}{2} \ln(3) - 1 \approx 0,65$	6
1.7	$D_g =]-\infty; -2[\cup]1; +\infty[= \mathbb{R} \setminus [-2; 1]$; $g(x) = 0 \Leftrightarrow \tilde{f}(x) = 1 \Rightarrow \frac{x+2}{2x-2} = 1 \Leftrightarrow 2x-2 = x+2 \Leftrightarrow x = 4$;	4
2.1	I: $A(0) = 2 \Leftrightarrow \frac{100}{8+b} = 2 \Leftrightarrow 8+b = 50 \Leftrightarrow b = 42$; II: $A(20) = 8,46 \Rightarrow \frac{100}{8+42 \cdot e^{c \cdot 20}} = 8,46 \Leftrightarrow \frac{808}{8883} = e^{c \cdot 20} \Leftrightarrow 20c = \ln\left(\frac{808}{8883}\right) \Leftrightarrow c \approx -0,12$	6
2.2	$A(40) = \frac{100}{8+42 \cdot e^{-0,12 \cdot 40}} \approx 12,0$; $\lim_{t \rightarrow \infty} (A(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{100}{8+42 \cdot \underbrace{e^{-0,12 \cdot t}}_{\rightarrow 0}} = 12,5$; der Alkoholgehalt nach 40 Tagen beträgt 12% und nach sehr langer Zeit 12,5%	4
2.3	$A(t) = 10 \Rightarrow \frac{100}{8+42 \cdot e^{-0,12 \cdot t}} = 10 \Leftrightarrow 10 = 8+42 \cdot e^{-0,12 \cdot t} \Leftrightarrow e^{-0,12 \cdot t} = \frac{1}{21} \Leftrightarrow -0,12 \cdot t = -\ln(21)$ $\Leftrightarrow t \approx 25,4$; der Federweiße muss bis zum 25. Tag ausgeschenkt werden.	4
2.4	$\dot{A}(t) = 100 \cdot \frac{-42 \cdot e^{-0,12 \cdot t} \cdot (-0,12)}{(8+42 \cdot e^{-0,12 \cdot t})^2} = 504 \cdot \frac{e^{-0,12 \cdot t}}{(8+42 \cdot e^{-0,12 \cdot t})^2}$; $\dot{A}(t) > 0$ für $t \geq 0 \Rightarrow$ der Alkoholgehalt nimmt ständig zu.	3
2.5	Bis zum Zeitpunkt $t \approx 14$ ist die tägliche Zunahme des Alkoholgehalts wachsend, danach abnehmend. $H(\approx 14 \approx 0,375)$: Die größte Zunahme des Alkoholgehalts ist am 14. Tag und beträgt ca. $0,375 \frac{\%}{\text{Tag}}$.	4
Summe		60