

1.0 In einem kartesischen Koordinatensystem des  $\mathbb{R}^3$  sind die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 13 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{ die Ebene } E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ mit } r, t, u \in \mathbb{R}$$

und die Ebenenschar  $F_m: 4x_1 - x_2 + (m-1) \cdot x_3 = 0$  mit  $m \in \mathbb{R}$  gegeben.

1.1 Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Koordinatenform.

(Mögliches Ergebnis:  $E: 9x_1 - x_2 + 11x_3 + 15 = 0$ ) (3 BE)

1.2 Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S von g und E. (3 BE)

1.3 Gegeben sind die Punkte  $P(-1|3|7)$  und  $Q(2|a|b)$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$ .  
Untersuchen Sie, ob es Werte für a und b gibt, für welche die Gerade g und die Gerade durch P und Q echt parallel sind. (5 BE)

1.4 Begründen Sie, dass jede Ebene der Schar  $F_m$  die Ebene E in einer Schnittgeraden  $s_m$  schneidet. Ermitteln Sie sodann die Gleichung von  $s_2$  (also  $m = 2$ ).

(6 BE)

1.5 Beschreiben Sie die besondere Lage der Ebene  $F_1$  (also  $m = 1$ ) im Koordinatensystem. Skizzieren Sie  $F_1$  in ein Koordinatensystem und geben Sie eine Gleichung von  $F_1$  in Parameterform an. (5 BE)

Fortsetzung nächste Seite

## Fortsetzung BI

2.0 In einer Pflegeeinrichtung sind die Teilbereiche mobile Pflegedienste (M), Verwaltung (V) und technische Dienste (T) untereinander und mit dem Markt für Pflegeleistungen nach dem Leontief-Modell verflochten. Statt Mengeneinheiten werden Arbeitseinheiten (AE) betrachtet, der Marktvektor beschreibt die Pflegezeit an den Pflegebedürftigen (= Arbeitszeit, die direkt für die Pflegebedürftigen aufgewendet wird) und der Produktionsvektor die Gesamtarbeitseinheiten in den unterschiedlichen Teilbereichen. Im Folgenden wird deshalb vom Pflegevektor  $\bar{y}$  und vom Gesamtarbeitsvektor  $\bar{x}$  gesprochen. Für die Verflechtung von M, V

und T ergibt sich die Inputmatrix  $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 & 0,3 \\ 0,25 & 0,2 & 0,5 \\ 0,05 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$ .

2.1 Interpretieren Sie die Bedeutung der Werte  $a_{22}$  und  $a_{31}$  der Inputmatrix A. (2 BE)

2.2 Bestimmen Sie den Gesamtarbeitsvektor  $\bar{x}$  für den Pflegevektor  $\bar{y} = \begin{pmatrix} 64 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ . (5 BE)

2.3 Die Pflegeeinrichtung soll einen weiteren Pflegebezirk übernehmen. Dabei werden die Gesamtarbeitseinheiten der Verwaltung doppelt so groß sein wie die für den technischen Dienst. Die mobilen Pflegedienste steigen auf 231 Gesamtarbeitseinheiten. Aus Kostengründen soll die Verwaltung höchstens 11 AE Pflegezeit an den Pflegebedürftigen erhalten. Berechnen Sie das sinnvolle Intervall für die Gesamtarbeitseinheiten der Verwaltung. (6 BE)

2.4 Die Pflegeeinrichtung betreibt auch Pflegeheime (stationäre Pflegedienste). In den stationären Pflegediensten (S) ist der Einsatz der Verwaltung um 40% geringer gegenüber den mobilen Pflegediensten, der Einsatz der Technik für die stationären Pflegedienste verdoppelt sich gegenüber den mobilen Pflegediensten. Alle anderen Werte der Inputmatrix bleiben unverändert. Geben Sie die neue Inputmatrix an und erstellen Sie die Input-Output-Tabelle für den

Gesamtarbeitsvektor  $\bar{x} = \begin{pmatrix} 120 \\ 50 \\ 30 \end{pmatrix}$ . (5 BE)