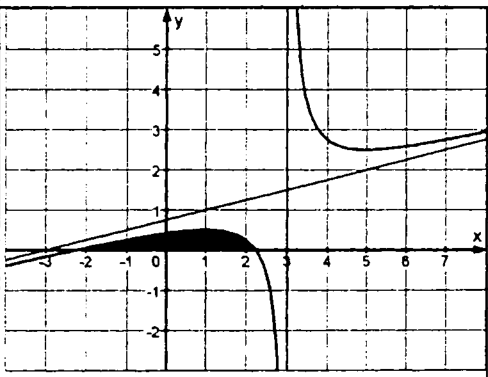
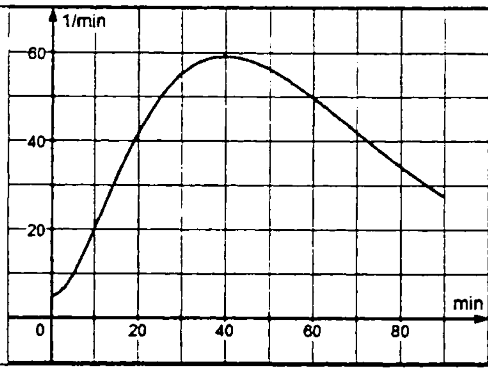
Abiturprüfung 2013 zum Erwerb der fachgebundenen Hochschulreife an Fachoberschulen und Berufsoberschulen

Mathematik Nichttechnik; Lösungshinweise zu den Aufgaben

Nr.	Lösungshinweise zu AI	BE
1.1	$D_f = \mathbb{R}\setminus\{3\}$; Ns: $x_1 = \sqrt{5} \vee x_2 = -\sqrt{5}$; $x = 3$ ist Polstelle (Unendlichkeitsstelle) mit Vorzeichenwechsel	3
1.2	$\frac{1}{4}x + \frac{3}{4} + \frac{1}{x-3} = \frac{(x+3)(x-3)+4}{4(x-3)} = \frac{x^2-5}{4(x-3)}$ oder Polynomdivision; Asymptoten: $x = 3$ (senkrecht) und $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ (schief)	4
1.3	$f'(x) = \frac{1}{4}\cdot\frac{2x\cdot(x-3)-(x^2-5)}{(x-3)^2} = \frac{x^2-6x+5}{4\cdot(x-3)^2}$; $x^2-6x+5=0 \Leftrightarrow x_3 = 5 \vee x_4 = 1$; Nenner > 0 für $x \in D_f$, Zähler ist eine nach oben geöffnete Parabel mit Ns $x_3 = 5 \vee x_4 = 1$ $\Rightarrow$ G_f ist streng monoton steigend in $]-\infty;1]$ und in $[5;\infty[$ und streng monoton fallend in $[1;3[$ und in $]3;5]$ $\Rightarrow$ HP(1 | 0,5) und TP(5 | 2,5). $W_f =]-\infty:0,5]\cup[2,5;\infty[= \mathbb{R}\setminus]0,5;2,5[$;	10
1.4	 $f(-4) \approx -0,4$; $f(8) = 2,95$ — $A = \int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} f(x)dx = \left[0,125x^2 + 0,75x + \ln\lvert x-3\rvert\right]_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} =$	5
1.5	$-0,125\cdot 5 + 0,75\cdot\sqrt{5} + \ln(3-\sqrt{5}) - (-0,125\cdot 5 - 0,75\cdot\sqrt{5} + \ln(3+\sqrt{5})) \approx 1,43$; Kennzeichnung s. 1.4	6
2.1	$D_g = \{x \mid f(x) > 0\} \Rightarrow D_g =]-\sqrt{5};\sqrt{5}[\, \cup\,]3;\infty[$; g hat keine Ns, da $1 \notin W_f$; $x \overset{>}{\to} -\sqrt{5}$ und $x \overset{<}{\to} \sqrt{5}$: $f(x) \to 0 \Rightarrow g(x) \to -\infty$; $x \overset{>}{\to} 3$ und $x \to \infty$: $f(x) \to \infty \Rightarrow g(x) \to \infty$;	6
2.2	Da die Funktion ln(x) streng monoton zunehmend ist, übertragen sich die Monotonieeigenschaften von f auf g $\Rightarrow$ Extrempunkte von g: HP(1 | ln(0,5)) und TP(5 | ln(2,5))	4
3.1	$z(13) = 27 \Rightarrow 27 = 0,25\cdot 13^2\cdot e^{-a\cdot 13} + 5$; $\frac{88}{169} = e^{-13a} \Leftrightarrow -13a = \ln\left(\frac{88}{169}\right)$ $\Rightarrow a = 0,0502 \approx 0,05\left[\frac{1}{\text{min}}\right] \Rightarrow z(t) = 0,25\cdot t^2\cdot e^{-0,05\cdot t} + 5$;	3
3.2	$z(0) = 5$; $z(90) \approx 27$.	2
3.3	$\dot{z}(t) = 0,25\cdot(2t\cdot e^{-0,05t} + t^2\cdot e^{-0,05t}\cdot(-0,05))$; $\dot{z}(t) = (0,5t - 0,0125t^2)\cdot e^{-0,05t}$; $\dot{z}(t) = 0 \Rightarrow$ $0,5t - 0,0125t^2 \Leftrightarrow t_1 = 0 \vee t_2 = 40$; Der Term in der 	7
3.4	Klammer stellt als Funktion eine nach unten geöffnete Parabel dar und $e^{-0,05t} > 0\ \forall t \Rightarrow$ rel. Maximum für $t_2 = 40$: Um 7:40 Uhr ist die Verkehrsdichte mit 59 Fahrzeugen pro Minute am größten.	4
3.5	$\dot{Z}(t) = -0,25\cdot(e^{-0,05t}\cdot(-0,05)\cdot(20t^2+800t+16000) + e^{-0,05t}\cdot(40t+800)) + 5 =$ $= -0,25\cdot e^{-0,05t}\cdot(-t^2-40t-800+40t+800) + 5 = z(t)$; $\int_0^{60} z(t)dt =$ $\left[-0,25e^{-0,05t}(20t^2+800t+16000)+5t\right]_0^{60} \approx 2607$ von 7:00 Uhr bis 8:00 Uhr haben insgesamt 2607 Fahrzeuge die Kreuzung passiert.	6
	Summe	60