

BI

- 1 Im $\mathbb{R}^3$ sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{c}_k = \begin{pmatrix} -1 \\ k+2 \\ k+3 \end{pmatrix}$ mit $k \in \mathbb{R}$ gegeben.

Untersuchen Sie, für welche Werte von k die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}_k$ eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden. (4 BE)

- 2.0 Im $\mathbb{R}^3$ sind die Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$ sowie der Punkt $A(10|2|8)$ gegeben.

- 2.1 Zeigen Sie, dass die Geraden g und h windschief zueinander verlaufen. (4 BE)

- 2.2 Die Ebene E wird durch den Punkt A und die Gerade g aufgespannt. Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Parameter- und in Koordinatenform.

(mögliches Teilergebnis: $E: 2x_1 - 20x_2 + 3x_3 - 4 = 0$) (5 BE)

- 2.3 Skizzieren Sie die Ebene E , die Geraden g und h sowie den Punkt A in eine Zeichnung. (3 BE)

- 2.4 Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes P der Ebene E mit der Geraden h . Begründen Sie, dass die Gerade j , die durch A verläuft und die Geraden g und h schneidet, in E liegt.

Stellen Sie eine Gleichung dieser Geraden j auf und zeichnen Sie die Gerade und den Punkt P in die Zeichnung von 2.3 ein. (6 BE)

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung BI

- 3.0 Die drei Sektoren R, S und T eines Unternehmens sind untereinander und mit dem Markt nach dem Leontief-Modell verflochten. Die Gesamtproduktion beträgt im Sektor R 240 ME, im Sektor S 150 ME und in Sektor T 220 ME.

Die Inputmatrix A ist gegeben durch $A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,2 \\ 0 & 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$.

- 3.1 Erstellen Sie die Input-Output-Tabelle. (4 BE)

- 3.2 Die Produktion soll aufgrund von Umbaumaßnahmen im Sektor T um 20 ME verringert werden, im Sektor R aber konstant bleiben.

Wegen langfristiger Verträge muss die Marktabgabe in den Sektoren R und T jeweils mindestens 30 ME betragen. Die gesamte Marktabgabe darf 153 ME nicht überschreiten, da zusätzlich logistische Probleme aufgetreten sind.

Bestimmen Sie den Bereich, in welchem die Produktion des Sektors S möglich ist. (8 BE)

- 3.3 Es wird ein neues Produktionsverfahren im Sektor T eingeführt. Dies hat die

neue Inputmatrix $A_{\text{neu}} = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,5 & 0,09 \\ 0,1 & 0,2 & 0,18 \\ 0 & 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$ zur Folge.

Berechnen Sie den Produktionsvektor $\bar{x}$, wenn erwartet wird, dass die Sektoren R 51 ME, S 60 ME und T 30 ME an den Markt abgeben.

Interpretieren Sie die prozentualen Veränderungen der Einträge a_{13} und a_{23} der Matrix A_{neu} gegenüber den entsprechenden Einträgen der Matrix A. (6 BE)