

1) $\vec{c}_k = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$, da $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ ✓

4P

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ -2 & 4 & k+2 \\ 0 & 5 & k+3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{II} + \text{I}} \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & k+1 \\ 0 & 5 & k+3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{III} - 5 \cdot \text{II}} \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & k+1 \\ 0 & 0 & -4k-2 \end{bmatrix}$$

$-4k-2 = 0 \rightarrow k = -\frac{1}{2}$ ✓ (lin. abhängig)

für $k \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$ sind die Vektoren lin. unabh. und bilden eine Basis im $\mathbb{R}^3$ ✓

2.1 $\vec{r}_g$ und $\vec{r}_h$ sind kein Vielfaches voneinander; ✓

↳ g und h können sich schneiden oder windschief sein! ✓

gleichsetzen liefert:

4P

$$\begin{array}{lcl} \text{I} & 9+3r & = 3+5s \quad \checkmark \\ \text{II} & 1 & = 1+s \quad \Rightarrow s=0 \quad \checkmark \\ \text{III} & 2-2r & = 4+4s \quad \Rightarrow 2-2r=4 \Rightarrow r=-1 \quad \checkmark \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{g und h} \\ \text{sind windschief} \end{array}$$

oder: $\begin{bmatrix} 3 & -5 & -6 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & -4 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{III} \cdot 3 + \text{I} \cdot 2} \begin{bmatrix} 3 & -5 & -6 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -22 & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow{22 \cdot \text{II} - \text{III}} \begin{bmatrix} 3 & -5 & -6 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ ✓

$0=6 \rightarrow$ Widerspruchzeile + keine Nullzeile. ✓ $\rightarrow$ windschief ✓

2.2) $\vec{r}_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \checkmark \Rightarrow E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \checkmark$

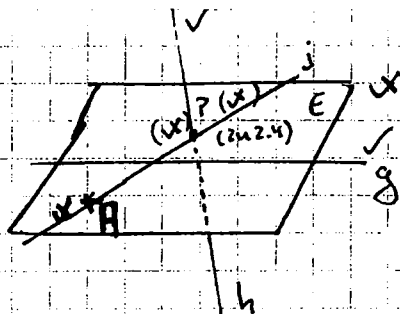
5P

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & | & x_1 - 9 \\ 0 & 1 & | & x_2 - 1 \\ -2 & 6 & | & x_3 - 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{3 \cdot \text{III} + 2 \cdot \text{II}} \begin{bmatrix} 3 & 1 & | & x_1 - 9 \\ 0 & 1 & | & x_2 - 1 \\ 0 & 20 & | & 2x_2 + 3x_3 - 24 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{III} - 20 \cdot \text{II}}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & | & x_1 - 9 \\ 0 & 1 & | & x_2 - 1 \\ 0 & 0 & | & 2x_1 - 20x_2 + 3x_3 - 4 \end{bmatrix} \checkmark$$

E: $2x_1 - 20x_2 + 3x_3 - 4 = 0 \quad \checkmark$

2.3)



3P

$$2.4) \quad h \text{ in } E: 2(3+5s) - 20(1+s) + 3(4+4s) - 4 = 0 \quad \checkmark$$

$$6 + 10s - 20 - 20s + 12 + 12s - 4 = 0 \quad \checkmark$$

$$2s - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad s = 3 \quad \checkmark$$

$$P: \vec{x}_P = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 4 \\ 16 \end{pmatrix} \quad \checkmark \quad P(18|4|16) \quad \checkmark$$

6P

$A \in E, g \in E$ (aber $A \notin g$) $\Rightarrow$ Gerade j muss in E liegen $\checkmark$

$$\vec{AP} = \begin{pmatrix} 18 \\ 4 \\ 16 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \checkmark \quad \Rightarrow \quad j: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

(Zeichnung: $\checkmark$) (je $\frac{1}{2}P$ für P und j)

3.1

	R	S	T	Markt	Prod.
R	96	75	22	47	240
S	24	30	44	52	150
T	0	90	88	42	220
	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	

4P

$$3.2 \quad \vec{y} = (E - A) \cdot \vec{x}$$

$$\begin{pmatrix} y_R \\ y_S \\ y_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6 & -0,5 & -0,1 \\ -0,1 & 0,8 & -0,2 \\ 0 & -0,6 & 0,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 240 \\ x_S \\ 200 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

$$\text{I. } y_R = 0,6 \cdot 240 - 0,5 \cdot x_S - 0,1 \cdot 200 = -0,5x_S + 124 \geq 30 \Rightarrow x_S \leq 188 \quad \checkmark$$

$$\text{II. } y_S = -0,1 \cdot 240 + 0,8x_S - 0,2 \cdot 200 = 0,8x_S - 64 \geq 0 \Rightarrow x_S \geq 80 \quad \checkmark$$

8P

$$\text{III. } y_T = -0,6x_S + 0,6 \cdot 200 = -0,6x_S + 120 \geq 30 \Rightarrow x_S \leq 150 \quad \checkmark$$

$$\text{IV. } y_R + y_S + y_T = -0,3x_S + 180 \leq 153 \Rightarrow x_S \geq 90 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow 90 \leq x_S \leq 150 \quad \checkmark$$

$$3.3) \vec{y} = (E - A) \cdot \vec{x}$$

$$\begin{pmatrix} 51 \\ 60 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6 & -0,5 & -0,09 \\ -0,1 & 0,8 & -0,18 \\ 0 & -0,6 & 0,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_T \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 & x_3 & x_T & | & \\ 0,6 & -0,5 & -0,09 & | & 51 \\ -0,1 & 0,8 & -0,18 & | & 60 \\ 0 & -0,6 & 0,6 & | & 30 \end{bmatrix} \xrightarrow{6 \cdot \text{II} + \text{I}} \begin{bmatrix} 0,6 & -0,5 & -0,09 & | & 51 \\ 0 & 4,3 & -1,17 & | & 411 \\ 0 & -0,6 & 0,6 & | & 30 \end{bmatrix} \xrightarrow{4,3 \cdot \text{III} + 0,6 \cdot \text{II}}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 & x_3 & x_T & | & \\ 0,6 & -0,5 & -0,09 & | & 51 \\ 0 & 4,3 & -1,17 & | & 411 \\ 0 & 0 & 1,878 & | & 375,6 \end{bmatrix} \rightarrow 1,878 x_T = 375,6 \Rightarrow x_T = 200$$

$$4,3 x_3 - 1,17 \cdot 200 = 411 \rightarrow x_3 = 150$$

$$0,6 x_2 - 0,5 \cdot 150 - 0,09 \cdot 200 = 51 \rightarrow x_2 = 240$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 240 \\ 150 \\ 200 \end{pmatrix}$$

$$q_{13} = \frac{0,09}{0,1} \cdot 100 = 90\% \rightarrow \text{Absenken um } 10\%$$

$$q_{23} = \frac{0,18}{0,2} \cdot 100 = 90\% \rightarrow \text{" "}$$

T benötigt zur Produktion (von einer ME) 10% weniger
von R und S.

6P