

3

1.1  $(\frac{1}{4}x^2 + x + 2)e^{-0,5x} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 + x + 2 = 0 \quad D = -1 < 0$

$\Rightarrow$  keine Nullstellen

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{1}{4}x^2 + x + 2)e^{-0,5x} = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{1}{4}x^2 + x + 2)e^{-0,5x} = 0$   
(denn die  $e^{-0,5x}$  überwiegt)

1.2  $f'(x) = (\frac{1}{2}x + 1)e^{-0,5x} - 0,5(\frac{1}{4}x^2 + x + 2)e^{-0,5x} = -\frac{1}{8}x^2 e^{-0,5x}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$

|         |         |     |         |                                                   |
|---------|---------|-----|---------|---------------------------------------------------|
|         | $x < 0$ | $0$ | $x > 0$ |                                                   |
| $f'(x)$ | $-$     | $0$ | $-$     | d.h. $G(f)$ fällt überall und hat den TEP $(0 2)$ |
| $G(f)$  | fällt   | TEP | fällt   |                                                   |

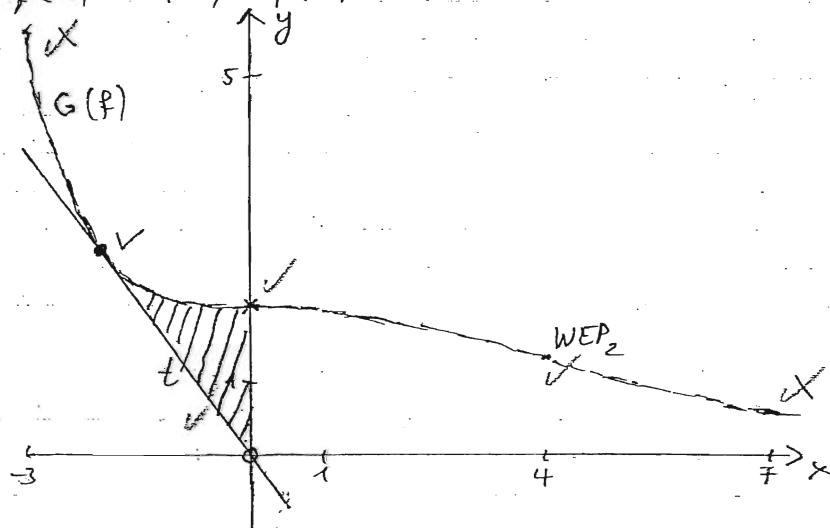
$f''(x) = -\frac{1}{4}xe^{-0,5x} + \frac{1}{16}x^2e^{-0,5x} = \frac{1}{16}(x^2 - 4x)e^{-0,5x} = \frac{1}{16}x(x-4)e^{-0,5x}$

$f''(x) = 0 \Rightarrow x_3 = 0$ ;  $x_4 = 4$  einfache Nst. von  $f'' \Rightarrow$  Wendestellen von  $f$   
(WEP<sub>1</sub>(0|2) = TEP, WEP<sub>2</sub>(4|10e<sup>-2</sup>)  $\approx$  (4|1,35))

1.3  $f(-2) = e \Rightarrow P(-2|e)$ ;  $f'(-2) = -\frac{1}{2}e$

Tangente:  $y = mx + t \Rightarrow e = -\frac{1}{2}e(-2) + t \Rightarrow t = 0 \quad \{ y = -\frac{1}{2}ex$

1.4  $f(-3) \approx 5,6$ ;  $f(7) \approx 0,64$



1.5.1  $F'(x) = (-x + a)e^{-0,5x} - 0,5(-0,5x^2 + ax + b)e^{-0,5x}$   
 $= (\frac{1}{4}x^2 + (-\frac{1}{2}a - 1)x + a - \frac{1}{2}b)e^{-0,5x} = f(x)$

$\Rightarrow$  I.  $-\frac{1}{2}a - 1 = 1 \Rightarrow a = -4$

II.  $a - \frac{1}{2}b = 2 \Rightarrow -4 - \frac{1}{2}b = 2 \Rightarrow b = -12$

1.5.2  $A = \int_{-2}^7 (f(x) - t(x)) dx = \int_{-2}^7 (-\frac{1}{2}x^2 - 4x - 12)e^{-0,5x} + \frac{1}{4}ex^2 dx$

$= -12 - (-6e + e) = 5e - 12$  [FE]

Kennzeichnung

$$D(g) = ]-2; 2[; \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty; \checkmark \quad 2.1$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow h(x) = 1 \Rightarrow x_{1/2} = \pm 1 \checkmark \quad 5$$

$G(h)$  hat HOP  $(0|2)$ ;  $g$  hat in  $D(g)$  dasselbe Monotonieverhalten wie  $h \Rightarrow G(g)$  hat HOP  $(0|\ln 2)$  2.2  
4

$$s(0) = 6; \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{-36t}{t^2+16} + 6 \right) = 6 \checkmark \quad 3.1$$

$\downarrow$   
0

$$\dot{s}(t) = \frac{(t^2+16)(-36) + 36t \cdot 2t}{(t^2+16)^2} = \frac{36t^2 - 36 \cdot 16}{(t^2+16)^2} = 36 \cdot \frac{t^2-16}{(t^2+16)^2} \checkmark \quad 3.2$$

$$\dot{s}(t) = 0 \Rightarrow t^2 - 16 = 0 \Rightarrow t_{1/2} = \pm 4 \Rightarrow t = 4, \text{ da } t \geq 0 \checkmark$$

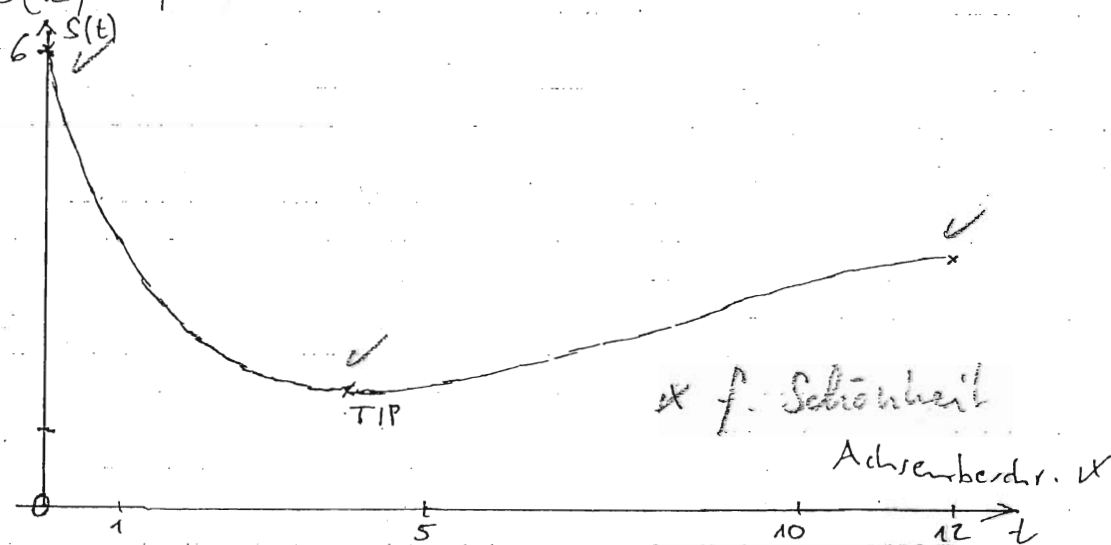
|              |                |         |         |                                                         |
|--------------|----------------|---------|---------|---------------------------------------------------------|
|              | $0 \leq t < 4$ | $t = 4$ | $t > 4$ | d.h. $s$ steigt in $[4; +\infty[$ und fällt in $[0; 4]$ |
| $\dot{s}(t)$ | $-$            | $0$     | $+$     |                                                         |
| $s(t)$       | fällt          | TIP     | steigt  |                                                         |

$\downarrow$   
E

TIP  $(4|1,5)$

Nach 4 Tagen erreicht der Sauerstoffgehalt ein (absolutes) Minimum von 1,5 mg/l.  $\checkmark$

$$s(12) = 3,3$$



$$\frac{-36t}{t^2+16} + 6 = 3 \checkmark$$

$$-36t = -3(t^2+16)$$

$$3t^2 - 36t + 48 = 0$$

$$t^2 - 12t + 16 = 0 \checkmark D = 80$$

$$t_{1/2} = \frac{12 \pm 4\sqrt{5}}{2} = 6 \pm 2\sqrt{5}$$

$$t_1 \approx 10,5; t_2 \approx 1,5$$

Nach etwa 1,5 Tagen ist ein Fischsterben zu erwarten.

Nach 10,5 Tagen können die Fische wieder überleben.