

- 1.0 In einem Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Punkte $A(3|2|-4)$, $B_b(b-2|8|-12)$ und $C_c(2|-1|c-2)$ mit $b, c \in \mathbb{R}$ sowie die Ebene $E: 2x_1 + 2x_2 - x_3 - 6 = 0$ und die Geradenschar $g_m: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ m \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $r, m \in \mathbb{R}$ gegeben.
- 1.1 Untersuchen Sie, für welche $b, c \in \mathbb{R}$ die Punkte A, B und C keine Ebene aufspannen. (5 BE)
- 1.2 Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene F in Koordinatenform, welche durch die Punkte A, B_{-1} und C_2 (also $b = -1$ und $c = 2$) aufgespannt wird, und geben Sie die besondere Lage von F im Koordinatensystem an. (Mögliches Ergebnis: $F: 4x_2 + 3x_3 + 4 = 0$) (5 BE)
- 1.3 Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s von E und F. (4 BE)
- 1.4 Bestimmen Sie die Lage von g_m gegenüber E in Abhängigkeit von m. (Teilergebnis: $r = \frac{-1}{3+m}$) (5 BE)
- 1.5 Ermitteln Sie m so, dass der Schnittpunkt von g_m und E in der x_2x_3 -Ebene liegt, und berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes. (4 BE)
- 2.0 Die drei Abteilungen Kunststofftechnik (K), Elektrotechnik (E) und Leichtbau (L) eines Betriebes sind untereinander und mit dem Markt nach dem Leontief-Modell mit der Inputmatrix $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0,6 \\ 0 & 0,8 & 0,2 \\ 0,2 & 0,05 & 0,55 \end{pmatrix}$ verflochten.
- 2.1 In der momentanen Abrechnungsperiode produziert die Kunststofftechnik 120 Mengeneinheiten (ME), die Elektrotechnik 180 ME und der Leichtbau 140 ME. Berechnen Sie, welche Mengen an die Konsumenten geliefert werden. (3 BE)
- 2.2 In einem zukünftigen Zeitraum wird damit gerechnet, dass die Abteilungen K und L gleich viel produzieren. Zudem beliefern K und E den Markt in gleichem Umfang. L gibt 42 ME an den Markt ab. Berechnen Sie unter diesen Voraussetzungen den Produktions- und Marktvektor. (7 BE)
- 2.3.0 Für einen anderen Produktionszeitraum ist der Produktionsvektor $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 120 \\ 60 \cdot t \\ 140 \end{pmatrix}$ vorgesehen, wobei die reelle Zahl t ($t \geq 0$) eine konjunkturabhängige Größe ist.
- 2.3.1 Ermitteln Sie die Marktabgaben in Abhängigkeit von t und damit das Intervall der zulässigen Werte für t . (4 BE)
- 2.3.2 Nun sei $t \in [3;13]$. Bestimmen Sie denjenigen Wert für t , für den die Summe der Marktabgaben maximal wird. (3 BE)