

- 1.0 Gegeben ist die reelle Funktion $h: x \mapsto \frac{(x^2+1)(1-x)}{x^2-3x+2}$ in der maximalen Definitionsmenge $D_h \subset \mathbb{R}$.
- 1.1 Bestimmen Sie D_h und geben Sie die Lage und die Art der Definitionslücken von h an. Untersuchen Sie h auf Nullstellen. Geben Sie die Funktionsgleichung der stetigen Fortsetzung von h an. (7 BE)
- 1.2.0 Betrachtet wird nun die Funktion $f: x \mapsto \frac{x^2+1}{2-x}$ in ihrer Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ihr Graph ist G_f .
- 1.2.1 Zeigen Sie, dass sich der Funktionsterm von f in der Form $f(x) = -x - 2 + \frac{5}{2-x}$ darstellen lässt. Geben Sie die Gleichungen und die Art aller Asymptoten von G_f an und untersuchen Sie das Verhalten von f bei Annäherung an die Definitionslücke. (6 BE)
- 1.2.2 Ermitteln Sie die Art und die Koordinaten der Extrempunkte von G_f . Runden Sie diese auf zwei Nachkommastellen.
(Teilergebnis: $f'(x) = \frac{-x^2+4x+1}{(2-x)^2}$) (8 BE)
- 1.2.3 Zeichnen Sie die Asymptoten und G_f unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse für $-5 \leq x \leq 8$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Verwenden Sie für die Zeichnung eine ganze Seite. (5 BE)
- 1.2.4 Der Graph der Funktion f und eine Parallele zur x -Achse im Abstand von 2 LE schließen ein endliches Flächenstück ein. Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück in Ihrer Zeichnung (Aufgabe 1.2.3) und berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts auf zwei Nachkommastellen gerundet. (7 BE)
- 1.3.0 Nun wird die Funktion $g: x \mapsto \ln(f(x)) = \ln\left(\frac{x^2+1}{2-x}\right)$ in der maximalen Definitionsmenge $D_g \subset \mathbb{R}$ betrachtet. Verwenden Sie im Folgenden gegebenenfalls die Ergebnisse von Teilaufgabe 1.2.
- 1.3.1 Bestimmen Sie D_g und untersuchen Sie das Verhalten von g an den Grenzen der Definitionsmenge. (3 BE)
- 1.3.2 Berechnen Sie die Nullstellen von g . (3 BE)
- 1.3.3 Weisen Sie nach, dass der Graph von g einen Extrempunkt besitzt, und geben Sie dessen Art und Koordinaten an. (3 BE)

Fortsetzung AII

- 2.0 Bei einer Infusion wird einem Patienten pro Minute eine konstante Menge eines Medikaments zugeführt. Das im Blut angereicherte Medikament wird über die Nieren wieder ausgeschieden. Der Anteil der im Blut vorhandenen Medikamentenmenge, der pro Minute abgebaut wird, wird als Ausscheidungsrate a bezeichnet.
- Für die im Blut des Patienten befindliche Menge m des Medikaments in mg (Milligramm) zum Zeitpunkt t (in Minuten) nach Beginn der Infusion ergibt sich eine Funktion der Form:
- $$m(t) = 100(1 - e^{-at}), \quad t \geq 0 \text{ und } a > 0.$$
- Bei Berechnungen kann auf die Verwendung von Einheiten verzichtet werden. Runden Sie bei der Zeit immer auf Minuten, bei der Menge auf zwei Nachkommastellen.
- 2.1 Eine Minute nach Beginn der Infusion befinden sich bereits 4,88 mg des Medikaments im Blut des Patienten. Weisen Sie nach, dass für die Ausscheidungsrate $a = 0,05 \left(\frac{1}{\text{min}}\right)$ gilt. (2 BE)
- 2.2 Berechnen Sie, welche Menge des Medikaments sich 10 Minuten nach Anlegen der Infusion im Blut befindet und wann die therapeutische Minimalmenge von 70 mg erreicht wird.
- Bestimmen Sie die Menge, die bei dauerhafter Infusionstherapie langfristig im Körper des Patienten vorhanden ist. (4 BE)
- 2.3 Weisen Sie nach, dass für die erste Ableitung von m gilt:
- $$\dot{m}(t) = 5e^{-0,05t}.$$
- Berechnen Sie die Werte $\dot{m}(10)$ und $\dot{m}(30)$ und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse im Sachzusammenhang. (4 BE)
- 2.4.0 Die dem Patienten während der gesamten Infusion zugeführte Medikamentenmenge pro Minute ist von Anfang an konstant.
- 2.4.1 Ermitteln Sie die pro Minute zugeführte Medikamentenmenge. (2 BE)
- 2.4.2 In einer Infusionsflasche befinden sich 1000 mg. Die Infusion wird um 8.00 Uhr erstmals beim Patienten angelegt. Damit werden dem Patienten ab diesem Zeitpunkt konstant 5 mg des Medikaments pro Minute zugeführt. Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Flasche leer ist.
- Ab diesem Zeitpunkt wird das Medikament gemäß der Funktion $r(t) = 100e^{-0,05t}$ mit $t \geq 0$ abgebaut, wobei $r(t)$ die zur Zeit t vorhandene Restmenge angibt. Begründen Sie, warum diese Funktion den Sachverhalt sinnvoll wiedergibt, und bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Pflegekraft die Infusionsflasche ersetzen muss, bevor die therapeutische Minimalmenge von 70 mg im Blut des Patienten unterschritten wird. (6 BE)