

1.0 Im \mathbb{R}^3 sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ sowie die Ebenen

$E: \vec{x} = k \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $F: 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2 = 0$ mit $k, m, r \in \mathbb{R}$ gegeben.

1.1 Berechnen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform und beschreiben Sie die besondere Lage von E im Koordinatensystem.

(Mögliches Teilergebnis: $E: 3x_1 - 6x_2 + 7x_3 = 0$) (4 BE)

1.2 Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s von E und F.

(mögliches Ergebnis: $s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$) (4 BE)

1.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S, den E, F und g gemeinsam haben. (5 BE)

1.4 Überprüfen Sie, ob der Aufpunkt von g auf einer der beiden Ebenen E oder F liegt, und fertigen Sie eine Skizze an, aus der man die gegenseitige Lage von E, F, s, g und S ersehen kann. (6 BE)

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung BI

- 2.0 Die drei Fertigungsbereiche K, L und M eines Unternehmens sind untereinander und mit dem Markt nach dem Leontief-Modell verflochten. Die Gesamtproduktion beträgt im Bereich K 200 ME (Mengeinheiten), im Bereich L 150 ME und im Bereich M 140 ME. Die Inputmatrix der Verflechtung ist gegeben

$$\text{durch: } A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,05 \\ 0,15 & 0,2 & 0 \\ 0,55 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$$

- 2.1 Erläutern Sie die Bedeutung der Werte 0 in der Inputmatrix, berechnen Sie die Marktabgaben der Bereiche K, L und M und zeichnen Sie das zugehörige Verflechtungsdiagramm (Gozintograph). (7 BE)

- 2.2.0 In der nächsten Produktionsperiode führt eine Änderung im Fertigungssystem

$$\text{zur neuen Input-Matrix } A_{\text{neu}} = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 & 0,05 \\ 0,15 & 0,2 & 0 \\ a & 0 & 0,05 \end{pmatrix} \text{ mit } a \in \mathbb{R}_0^+.$$

- 2.2.1 Interpretieren Sie die Veränderungen der Input-Matrix. (2 BE)

- 2.2.2 In dieser Periode sollen folgende Rahmenbedingungen gelten:

- Es wird erwartet, dass die Marktnachfrage nach den Produkten des Bereiches L auf 114 ME, die nach den Produkten des Bereichs M auf 33 ME steigt.
- Die Produktionsmenge im Bereich L soll gesteigert werden, während die Produktionsmengen der Bereiche K und M unverändert bleiben.

Bestimmen Sie die Produktionsmenge von Bereich L und die Nachfrage an Produkten aus dem Bereich K. Berechnen Sie außerdem den Wert a der neuen Input-Matrix A_{neu} . (6 BE)

- 2.2.3 Sei nun $a = 0,5$. In einem zukünftigen Produktionszeitraum soll die Produktion im Bereich K verringert und im Bereich M im gleichen Maße gesteigert werden. Der neue Produktionsvektor lässt sich in Abhängigkeit des Parameters $u \in \mathbb{R}^+$

$$\text{darstellen durch } \bar{x} = \begin{pmatrix} 200 - u \\ 180 \\ 140 + u \end{pmatrix}. \text{ Die Marktabgabe von Bereich L soll auf min-}$$

destens 129 Mengeinheiten erhöht werden.

Bestimmen Sie das größtmögliche Intervall der Werte, die u annehmen kann.

(6 BE)