BII 2015

1.0 Im $\mathbb{R}^3$ sind die Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}-1\\3\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\2\\0\end{pmatrix}$, $\vec{c_k}=\begin{pmatrix}k+1\\-6k-7\\5k\end{pmatrix}$ und $\vec{d}=\begin{pmatrix}0\\-3\\9\end{pmatrix}$

mit $k\in\mathbb{R}$ gegeben.

1.1 Zeigen Sie, dass die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c_k}$ unabhängig von k eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden. (4 BE)

1.2 Stellen Sie für $k=-1$ den Vektor $\vec{d}$ als Linearkombination von $\vec{a}, \vec{b}$ und $\overrightarrow{c_{-1}}$ dar. (4 BE)

1.3 Der Punkt $D(0|-3|9)$ und die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ spannen die Ebene E auf. Geben Sie eine Gleichung von E in Parameterform an und bestimmen Sie die zugehörige Koordinatenform. (Mögl. Teilerg.: $E: x_1+x_2+x_3-6=0$) (4 BE)

1.4 Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von E mit den Koordinatenachsen und zeichnen Sie E in ein Koordinatensystem. (4 BE)

1.5 Die Ortsvektoren $\vec{c_k}=\overrightarrow{OC_k}$ legen die Punkte C_k einer Geraden g fest. Geben Sie eine Gleichung dieser Geraden an und untersuchen Sie die gegenseitige Lage von E und g. (3 BE)

2.0 Die Unternehmen K, L und M sind untereinander und mit dem Markt nach dem Leontief-Modell verflochten. Die Inputmatrix der Verflechtung ist

$A=\begin{pmatrix}0,2 & 0,1 & 0,3\\0,1 & 0,2 & 0,1\\0,2 & 0,2 & 0,2\end{pmatrix}$. Der Eigenverbrauch von K beträgt 8 ME, K beliefert L mit 2 ME und M mit 9 ME.

2.1 Erläutern Sie, welche Gemeinsamkeit für den jeweiligen Eigenverbrauch der drei Unternehmen festgestellt werden kann, und erstellen Sie eine vollständige Input-Output-Tabelle der Verflechtung. (6 BE)

2.2 In der nächsten Produktionsperiode ist geplant, dass die Produktion in K doppelt so hoch ist wie in L. Das Unternehmen M soll 30 ME produzieren. Bestimmen Sie, in welchen Grenzen die Produktion in L möglich ist und für welche Produktion in L die Summe der Marktabgaben maximal wird. (7 BE)

2.3 In der Zukunft soll die Marktabgabe $\vec{y}=\begin{pmatrix}t^2\\8\\3-t\end{pmatrix}$ mit $t\in\mathbb{R}$ und $t\leq 3$ betragen.

Berechnen Sie die Produktion des Unternehmens M in Abhängigkeit von t und ermitteln Sie, für welchen Wert von t die Produktion in M minimal wird. (8 BE)