

AI 13

1.1

Nullstellen:

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \quad D = 36 \quad x_{1/2} = \frac{4 \pm 6}{2} \quad x_1 = 5; \quad x_2 = -1$$

(4)

Def. Lücke:

$2x + 4 = 0 \Rightarrow x_3 = -2$ Polstelle von f (mit Vorzeichenwechsel v. f (falls kein lim)).

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4x - 5}{2x + 4} = \mp \infty$$

1.2

senkrechte Asymptote: $x = -2$

$$(x^2 - 4x - 5) : (2x + 4) = \frac{1}{2}x - 3 + \frac{7}{2x + 4}$$

(4)

$$\Rightarrow \text{schiefe Asymptote: } y = \frac{1}{2}x - 3$$

1.3

$$f'(x) = \frac{(2x+4)(2x-4) - (x^2-4x-5) \cdot 2}{(2x+4)^2} = \frac{2x^2 + 8x - 6}{(2x+4)^2}$$

$$x^2 + 4x - 3 = 0 \quad D = 28 \quad x_{4/5} = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2} \quad x_4 = 0,65; \quad x_5 = -4,65$$

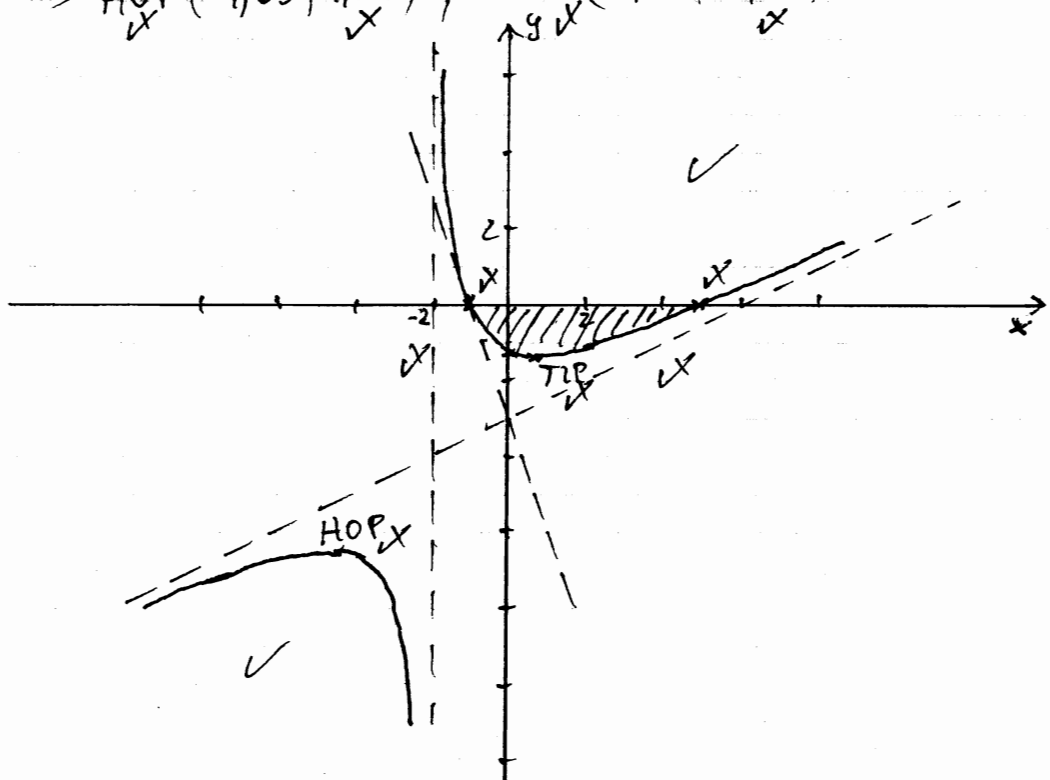
(7)

	$x < -4,65$	$-4,65 < x < -2$	$-2 < x < 0,65$	$0,65 < x$	
$x^2 + 4x - 3$	+	0	-	0	+
$2(x+2)^2$	+	+	0	+	+
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$G(f)$	↗	↖	↘	↗	↗

$\Rightarrow$ HOP $(-4,65 | -1,51)$; TIP $(0,65 | -1,35)$

1.4

(5)



$$\int_5^{\infty} \left(\frac{1}{2}x - 3 + \frac{4}{2x+4} \right) dx = \left[\frac{1}{4}x^2 - 3x + \frac{1}{2} \ln|x+2| \right]_5^{\infty}$$

$$= \frac{1}{4} + 3 + 0 - \left(\frac{25}{4} - 15 + \frac{1}{2} \ln 7 \right) = 12 - 3,5 \ln 7 \text{ [FE]}$$

Schraffur ✓

⑥

$$f(-1) = 0; \quad f'(-1) = -3 \quad \checkmark$$

1.6

$$y = mx + t \Rightarrow 0 = 3 \cdot (-1) + t \Rightarrow t = -3 \Rightarrow \text{Tang.: } y = -3x - 3 \quad \checkmark$$

⑥

$$g = 7; \quad h = 3 \Rightarrow A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3 = 10,5 \text{ [FE]} \quad \text{Einzeichnen} \quad \checkmark$$

$$B(0) = 1 \Rightarrow \frac{A}{1+849} = 1 \Rightarrow A = 850 \quad \checkmark$$

2.1

$$B(5) = 120 \Rightarrow \frac{850}{1+849 \cdot e^{5c}} = 120 \Rightarrow 1+849 e^{5c} = 7,0833 \Rightarrow$$

⑤

$$e^{5c} = 7,1653 \cdot 10^{-3} \Rightarrow 5c = -4,9385 \Rightarrow c = -0,988 \quad \checkmark$$

$$B(t) = 500 \Rightarrow \frac{850}{1+849 \cdot e^{-0,988t}} = 500 \Rightarrow 1+849 \cdot e^{-0,988t} = 1,7$$

2.2

$$\Rightarrow e^{-0,988t} = 8,245 \Rightarrow -0,988t = -7,1 \Rightarrow t = 7,187 \quad \checkmark$$

③

Nach 8 Tagen haben bereits 500 Bewohner davon erfahren. ✓
(gut 7)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{850}{1+849 \cdot e^{-0,988t}} = 850 \Rightarrow$$

2.3

Langfristig erfahren 850
Dorfbewohner davon. ✓

0 ✓

②

$$\dot{B}(t) = \frac{-850 \cdot 849 \cdot e^{-0,988t} \cdot (-0,988)}{(1+849 \cdot e^{-0,988t})^2} = \frac{712990,2 \cdot e^{-0,988t}}{(1+849 \cdot e^{-0,988t})^2} \quad \checkmark$$

2.4

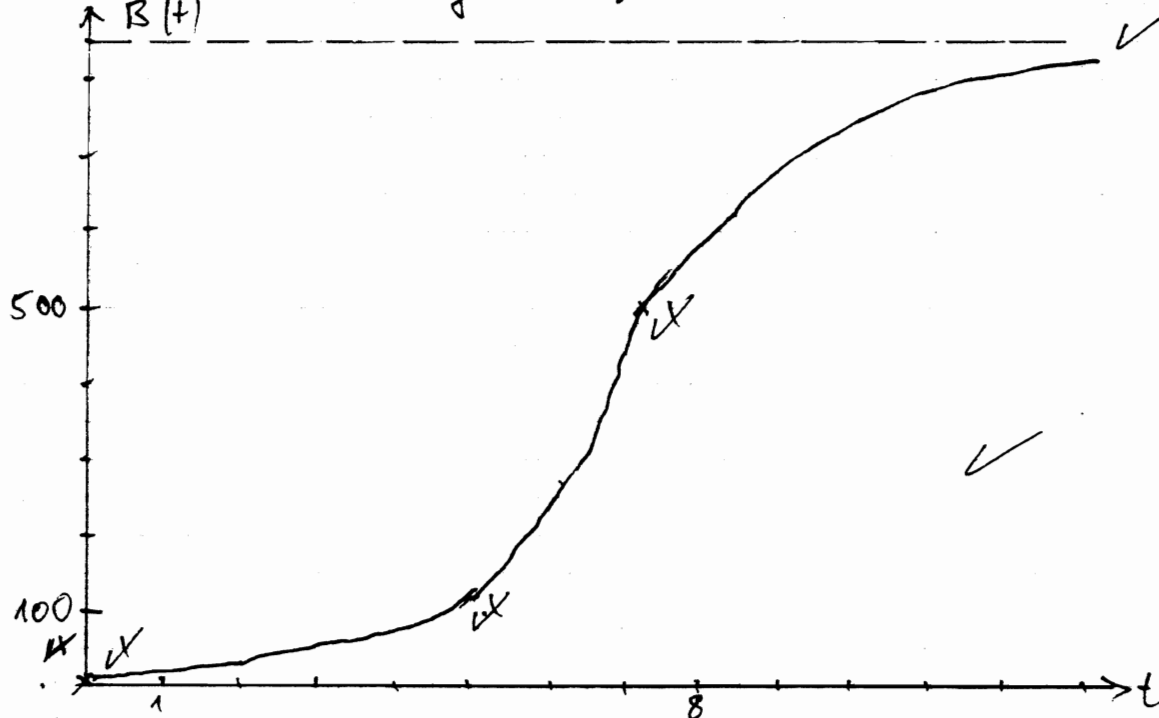
$$\Rightarrow \dot{B}(t) > 0 \text{ für alle } t \geq 0 \rightarrow B \text{ steigt streng monoton} \quad \checkmark$$

⑤

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{B}(t) = 0 \rightarrow \text{Mit der Zeit stagniert die Verbreitung des Gerüchts.} \quad \checkmark$$

↑ B(t)

2.5



④

3.1

$$h(0) = 70 + 30 \ln 2 = 90,79 \text{ cm} \approx 91 \text{ cm} \quad \checkmark$$

②

$$h(240) = 70 + 30 \ln 722 = 267,46 \text{ cm} \approx 267 \text{ cm} \quad \checkmark$$

3.2

$$70 + 30 \cdot \ln(3t+2) = 250 \quad \checkmark$$

$$\ln(3t+2) = 6 \quad \checkmark \quad | e^{}$$

$$3t+2 = 403,43$$

$$t = 133,8 \quad \checkmark$$

$$\frac{t}{12} = 11,15$$

Nach gut 11 Jahren kann ein Mauerabgang abgewendet werden. $\checkmark$

③

3.3

$$\dot{h}(t) = \frac{30}{3t+2} \cdot 3 = \frac{90}{3t+2}$$

④

$$\ddot{h}(t) = \frac{-270}{(3t+2)^2} < 0 \quad \checkmark \Rightarrow \dot{h} \text{ nimmt streng monoton ab}$$

$\Rightarrow$ Wadentum ist für $t=0$ am stärksten. $\checkmark$