B I

1.0 Drei Bereiche R, S und T eines Betriebes sind untereinander und mit dem Markt nach dem Leontief-Modell mit der Inputmatrix $A=\begin{pmatrix} 0{,}1 & a & 0 \\ a & 2a & 0{,}3 \\ 0 & 0{,}3 & 0{,}4 \end{pmatrix}$ mit $a \in IR$ und $a \geq 0{,}05$ verflochten.

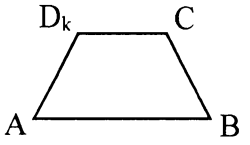
1.1 Berechnen Sie für $a = 0{,}2$ und einer Produktion von 100 ME im Bereich R, 120 ME im Bereich S und 150 ME im Bereich T die Marktabgaben der einzelnen Bereiche und zeichnen Sie das Verflechtungsdiagramm (Gozintograph). (6 BE)

1.2 Durch Modernisierungsmaßnahmen verändert sich a zu $a = 0{,}1$. Die drei Bereiche setzen nun folgende Mengen am Markt ab: Bereich R 140 ME, Bereich S 150 ME und Bereich T 180 ME.
Berechnen Sie die dazugehörigen Produktionsmengen. (6 BE)

1.3 Bei einer überschlägigen Rechnung zur Gewinnoptimierung mit variablem a nimmt der Betriebsinhaber folgende Werte an: die Bereiche R und S produzieren je 120 ME und der Bereich T 140 ME. Je verkaufte Mengeneinheit beträgt der Gewinn im Bereich R 15,– €, und in den Bereichen S und T je 10,– €. Berechnen Sie, für welchen Wert von a die Gewinnsumme maximal wird. (6 BE)

2.0 In einem kartesischen Koordinatensystem des IR^3 sind die Punkte A(2| 1| 0), B(−4| 3| 2), C(−2| 2| 2) und die Punktemenge $D_k(k|\ 2k|\ -1)$ mit $k \in IR$ sowie die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $r \in IR$ gegeben.

2.1 Überprüfen Sie, ob es ein $k \in IR$ gibt, so dass die Punkte A, B, C und D_k Eckpunkte des abgebildeten Trapezes sein können.



(5 BE)

2.2 Die drei Punkte A, B und C spannen die Ebene E auf. Bestimmen Sie je eine Gleichung der Ebene E in Parameter- und Koordinatenform.
[mögliches Teilergebnis: E: $x_1 + 2x_2 + x_3 - 4 = 0$] (4 BE)

2.3 Prüfen Sie durch Rechnung, ob es einen Wert für k gibt, für den ein Punkt der Punktemenge D_k sowohl in E als auch in g liegt. (3 BE)

2.4 Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte der Ebene E und erstellen Sie eine Schrägbildskizze der Ebene E im Koordinatensystem. (4 BE)

2.5 Die Ebene E schließt mit den Koordinatenebenen eine Pyramide ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Pyramidenvolumens. (2 BE)

2.6 Die Ebene E und die x_1-x_2-Koordinatenebene schneiden sich in der Geraden h. Bestimmen Sie die gegenseitige Lage von g und h. (4 BE)