AII Lösung 2017

1.0 $f(x) = \frac{2x+1}{x^3}$

1.1. $\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ✓

$x_{1|2|3} = 0$ dreifache Polstelle ✓

$2x+1 = 0 \quad x = -\frac{1}{2}$ einfache Nullstelle ✓ (3)

1.2 $x \to -\infty \Rightarrow \frac{\overbrace{2x+1}^{\to -\infty}}{\underbrace{x^3}_{\to -\infty}} \overset{l'H.}{\to} \frac{2}{\underbrace{3x^2}_{\to +\infty}} \to 0^+$ ✓

$x \to +\infty \Rightarrow f(x) \to 0^+$ ✓

$x \overset{>}{\to} 0 \Rightarrow \frac{\overbrace{2x+1}^{\to 1}}{\underbrace{x^3}_{\to 0^+}} \to +\infty$ ✓

$x \overset{<}{\to} 0 \Rightarrow f(x) \to -\infty$ ✓

Senkrechte Asymptote $x = 0$ ✓

waagrechte Asymptote $y = 0$ ✓ (5)

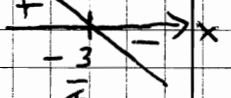
1.3. $f'(x) = \frac{x^3 \cdot 2 - (2x+1) \cdot 3x^2}{x^6} = \frac{x^2(2x - 6x - 3)}{x^6}$ ✓ ✓✓

$f'(x) = \frac{-4x-3}{x^4}$

$f'(x) = 0$ ✓ $\Rightarrow -4x - 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$ ✓

x	$x <$	$-\frac{3}{4}$	$< x <$	0	$< x$ ✓
$f'(x)$	$+$	0	$-$	n.d.	$-$ ✓
G_f	↗	HoP	↘	PS	↘ ✓

Skizze zu Zähler

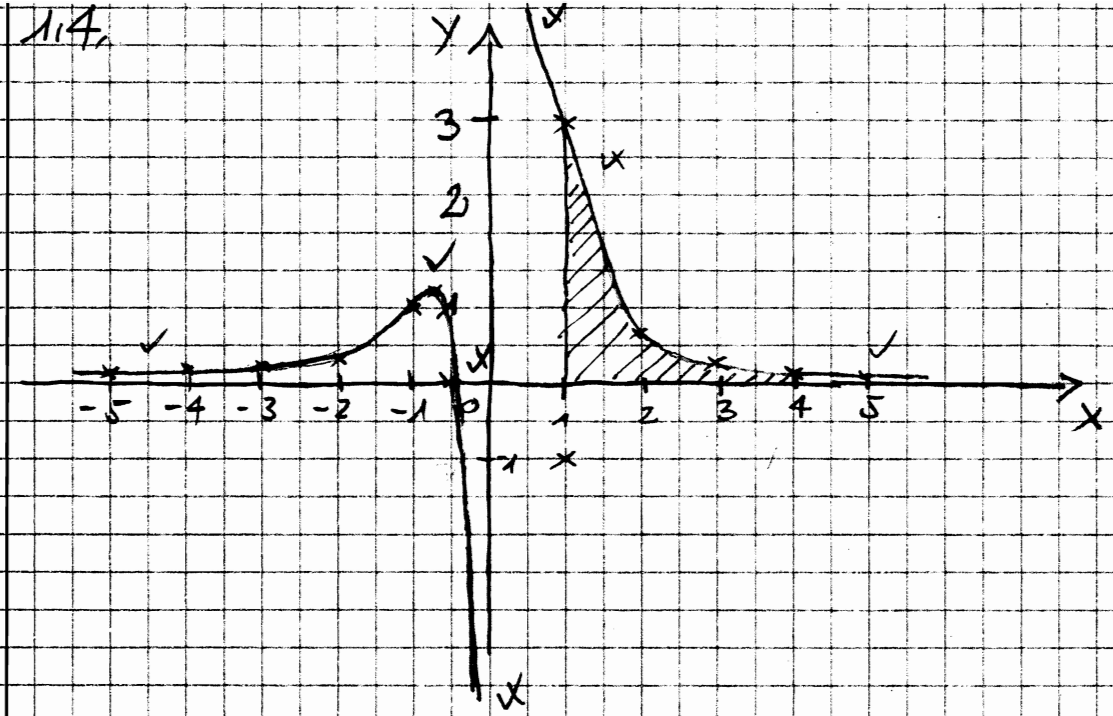


G_f steigt streng monoton für $x \in]-\infty; -\frac{3}{4}]$ ✓

G_f fällt streng monoton für $x \in [-\frac{3}{4}; 0[\cup]0; +\infty[$ ✓

$f(-\frac{3}{4}) = \frac{32}{27} \approx 1{,}185$ ✓ $HoP(-\frac{3}{4} | \frac{32}{27})$ (7)

1,4.



(5)

1,5 $\frac{2x+1}{x^3} = \frac{2x}{x^3} + \frac{1}{x^3} = \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ ✓

$F(x) = -2x^{-1} - \frac{1}{2}x^{-2} + c$ ✓ ✓

$= -\frac{2}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$

(3)

1,6. Markierung ✓

$A_b = \int_1^b \left(\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) dx = \left[-\frac{2}{x} - \frac{1}{2x^2}\right]_1^b$ ✓

$-\frac{2}{b} - \frac{1}{2b^2} - \left(-\frac{2}{1} - \frac{1}{2 \cdot 1^2}\right) = -\frac{2}{b} - \frac{0,5}{b^2} + 2,5$ ✓

(6)

$b \to \infty \Rightarrow \underbrace{-\frac{2}{b}}_{\to 0} \underbrace{-\frac{0,5}{b^2}}_{\to 0} + 2,5 \to 2,5$ FE ✓

2,0 $N(t) = a \cdot e^{bt}$

2,1. $N(0) = 5,74$ ✓ $\Rightarrow a e^0 = 5,74$ $a = 5,74$ ✓

$N(21) = 5,74 \cdot e^{b \cdot 21} = 5,74 \cdot 7,291$ ✓✓

$5,74 \cdot e^{21b} = 7,4046$

$e^{21b} = 1,291$ ✓

$21b = 0,255$

(4)

$b \approx 0,01216$ ✓

2,2 $N(10) = 5,74 \cdot e^{0,01216 \cdot 10}$

$= 6,482$ ✓ Milliarden Menschen

Prozentuale Abweichung $= \frac{6,52}{6,482} = 1,0058 = 0,6\%$ ✓

Sehr geringe Abweichung ✗

→ Güte des Modells für diesen Zeitraum ist sehr gut ✓

Gründe für ungenaue Ermittlung der Bevölkerungszahl

z.B. → keine weltweite Meldepflicht ✓

→ Kriege ✓

→ Flüchtlingsströme ✓ u.a. (6)

2,3 $N(22) - N(21) = 7,50 - 7,41 = 0,09$ ✓✗

Zunahme 2017: 90 Mio ✗ (0,09 Mrd.) (2)

2,4 $\dot{N}(t) = 5,74 \cdot e^{0,01216t} \cdot 0,01216 = 0,0698 e^{0,01216t}$ ✓✗

$\dot{N}(21) = 0,0698 e^{0,01216 \cdot 21} = 0,0901$ ✓

Die momentane jährliche Bevölkerungszuwachs beträgt 90 Millionen. ✓

Stimmt gut überein mit der aus 2,3 ✗ (4)

2,5 $N(t) = 2 \cdot 5,74$ ✓

$5,74 \cdot e^{0,01216t} = 11,48$

$0,01216t = \ln 2$

$t = 57$ ✓

⇒ Ende 2052 wird sich die Weltbevölkerung gegenüber 1995 verdoppelt haben. ✓ (3)

2,6 $y = \dot{N}(21) \cdot t + N(21)$

$y = 0,09 \cdot t + 7,41$ ✓

$N_{linear}(36) = 10,65$ ✓ (Mrd)

es genügt $N = 7,41 + 0,09 \cdot 36$ ✓✓

$= 10,65$ Mrd. ✓ (3)

3,0 $k(x) = \dfrac{x^2}{4\ln(2x+4)}$

3,1 $2x+4>0$ ✓ $x>-2$ ✗

$\ln(2x+4) \neq 0$ ✓ für $2x+4 \neq 1$ $x \neq -1{,}5$ ✗

$\Rightarrow \mathbb{D}_k =]-2;+\infty[\setminus \{-1{,}5\}$ ③

3,2 $k(x)$: doppelte Nullstelle $x_{1/2}=0$ ✓

auch bei k': Polstelle bei $x=-1{,}5$ (Vzw!!) ✓

$\mathbb{D}_k =]-2;+\infty[\setminus \{-1{,}5\}$ ✓ ⇒ ⑥

Begründung für 2! ⇒ 3. Pkt. klar

$k'(x)$: $k'(x)=0$ bei $x=0$ ✓

wegen TIP von k bei $x=0$ ✓ ⇒ ⓒ

oder

$h(x) = \dfrac{4\ln(2x+4)}{x^2}$ doppelte Polstelle bei $x=0$ ✓ ⓐ

$2x+4=1$ $x=-1{,}5$ Nullstelle von $\ln$ ✓

④

3,3 $x \to \infty \Rightarrow \dfrac{\overbrace{x^2}^{\to+\infty}}{\underbrace{4\ln(2x+4)}_{\to+\infty}}$ ✗ $\to +\infty$ ✓ (verliert) ②