

B II

1.0 Im \mathbb{R}^3 sind die Punkte $A(2|2|2)$, $P(2|-3|5)$ und die Ebene

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ mit } r, s \in \mathbb{R} \text{ gegeben.}$$

1.1 Zeigen Sie, dass die beiden Richtungsvektoren \vec{u} und \vec{v} der Ebene E zusammen mit dem Vektor \overrightarrow{AP} eine Basis des \mathbb{R}^3 bilden.

Begründen Sie, dass der Punkt P nicht Element der Ebene E ist. (5 BE)

1.2 Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E und geben Sie die besondere Lage von E im Koordinatensystem an. (3 BE)

1.3 Ermitteln Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s der Ebenen E und $F: x_1 + x_3 = 0$. (3 BE)

1.4 Zeigen Sie, dass $A \notin s$ gilt. Entscheiden Sie ohne weitere Rechnung, wie die Schnittgerade s zur Geraden AP liegt. Fertigen Sie hierzu eine aussagekräftige Skizze an. (4 BE)

1.5 Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geradenschar

$$g_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2 \\ a \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2a \end{pmatrix} \text{ mit } a, \mu \in \mathbb{R} \text{ und der Ebene E in Abhängigkeit}$$

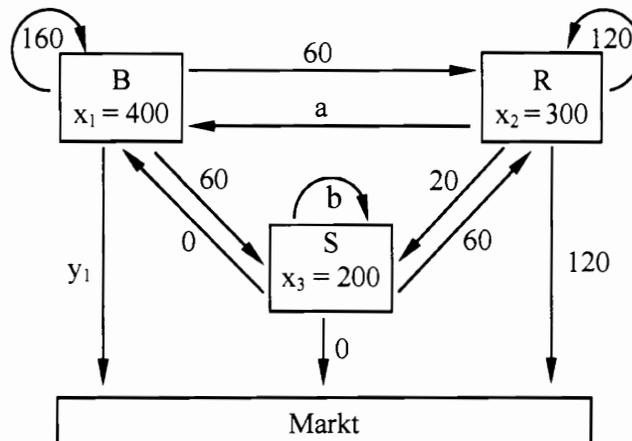
von a.

(4 BE)

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung von B II

- 2.0 Drei konventionelle landwirtschaftliche Betriebe B, R und S sind untereinander und mit dem Markt nach dem Leontief – Modell verflochten. Das Diagramm stellt die momentane Verflechtung der Betriebe in Mengeneinheiten ME dar mit $a, b, y_1 \in \mathbb{R}^+$.



- 2.1 Bestimmen Sie a, b und y_1 und geben Sie deren Bedeutung im Sachzusammenhang an. Berechnen Sie die Inputmatrix A . (6 BE)
- 2.2 In der nächsten Produktionsperiode wird erwartet, dass die Nachfrage von Produkten der Betriebe B auf 82 ME und R auf 84 ME sinkt. Betrieb S soll 10 ME an den Markt liefern. Berechnen Sie den zugehörigen Produktionsvektor. Nennen Sie die Ursache dafür, dass trotz des Absinkens der Produktion in allen drei Betrieben die Marktabgabe in einem Betrieb steigt. (7 BE)
- 2.3 Die Betriebe entschließen sich mittelfristig auf biologische Betriebsführung umzustellen. Für die Umstellungszeit ergibt sich die neue Inputmatrix

$$A^* = \begin{pmatrix} 0,4 & 2 - 0,004t & 0,3 \\ 0,1 & 0,4 & 0,1 \\ 0 & 0,02(t-8) & 0,7 \end{pmatrix}.$$

Dabei ist $t \in [16; 22]$ ein technologieabhängiger Parameter.

Berechnen Sie, für welchen Wert von t die Summe der Marktabgaben aller drei Betriebe am größten ist, wenn der Produktionsvektor

$$\bar{x} = (40t \quad 10t \quad 12t)^T \text{ geplant ist.}$$

Hinweis: Es kann davon ausgegangen werden, dass die Marktabgaben der drei Betriebe für $t \in [16; 22]$ nicht negativ sind. (8 BE)