

1.0 Apfelbauer AP, Birnenbauer BI, Kirschenbauer KI und Erdbeerbauer ER sind vier Obstbauern vom Bodensee, die untereinander die Obstsorten tauschen, um jeweils in ihrem Hofladen den Kunden verschiedene, gemischte Obstkisten anbieten zu können.

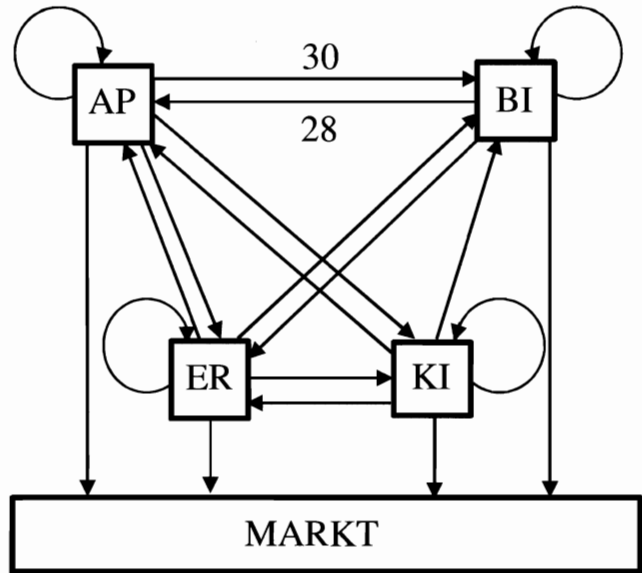
1.1 Die vier Bauern sind untereinander und mit dem Markt nach dem Leontief-Modell verbunden. Die Inputmatrix ist

$$A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,05 & 0,05 \\ 0,07 & 0,7 & 0 & 0,03 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 & 0,1 \\ 0,2 & 0,05 & 0,15 & 0,5 \end{pmatrix}.$$

Die Gesamtproduktion von KI beträgt 200 ME (Mengeinheiten), diejenige von ER 600 ME.

Übertragen Sie nebenstehendes

Verflechtungsdiagramm auf Ihren Bearbeitungsbogen, berechnen Sie alle fehlenden Zahlenwerte und tragen Sie diese in Ihr Diagramm ein. (7 BE)



1.2.0 Nach der Erdbeer-Saison steigt Bauer ER aus dem gemeinsamen Tausch aus, während AP, BI und KI weiter zusammenarbeiten. Für die neue, veränderte

Inputmatrix A^* gilt: $A^* = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,05 \\ 0,07 & 0,7 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,3 \end{pmatrix}$.

1.2.1 Die Produktionszahlen ändern sich zum Saisonende und werden durch den

Produktionsvektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} 700 + 2k \\ 600 \\ 150 - k \end{pmatrix}$ mit $k \in \mathbb{R}_0^+$ dargestellt.

Berechnen Sie die Produktionsmengen der Bauern, wenn BI 124 ME an den Markt abgibt. (4 BE)

1.2.2 Nach strukturellen Veränderungen in den Betrieben kalkulieren die Bauern AP, BI und KI für die kommende Saison eine Marktabgabe von 351 ME an Äpfeln, 157 ME Birnen und 76 ME Kirschen.

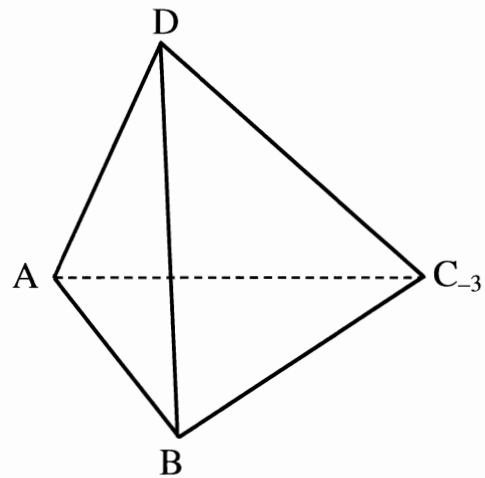
Bestimmen Sie die Mengen an Obst, die die Bauern bei gleichbleibender Verflechtung jeweils produzieren müssten, um die Konsummengen zu erreichen. (5 BE)

Fortsetzung B I

- 2.0 Im $\mathbb{R}^3$ sind die Punkte $A(2|2|-1)$, $B(0|-2|1)$ und $C_k(k|-2+k|-k)$ mit $k \in \mathbb{R}$ gegeben.
- 2.1 Die Punkte A und B legen die Gerade g fest, die Punkte C_k liegen auf der Geraden h. Geben Sie jeweils eine Gleichung der beiden Geraden an und untersuchen Sie die gegenseitige Lage der beiden Geraden. (6 BE)
- 2.2.0 Für die folgenden Teilaufgaben gilt $k = -3$. Es ergibt sich $C_{-3}(-3|-5|3)$.
- 2.2.1 Die Punkte A, B und C_{-3} legen die Ebene E fest. Bestimmen Sie je eine Gleichung der Ebene E in Parameter- und Koordinatenform. (5 BE)
[mögliches Teilergebnis: E: $x_1 + x_2 + 3x_3 - 1 = 0$]

- 2.2.2 Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Ebene E mit der Ebene
- $$F: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ mit } r, t \in \mathbb{R} \text{ und bestimmen Sie gegebenenfalls}$$
- eine Gleichung der Schnittgeraden. (3 BE)

- 2.2.3 Die Punkte A, B, C_{-3} und $D(3|5|5)$ legen ein Tetraeder fest (siehe Skizze). Spiegelt man den Punkt C_{-3} am Punkt D, so erhält man den Punkt C_{-3}^* . Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_{-3}^* . (2 BE)



- 2.2.4 Der Punkt C_{-3}^* liegt in der Ebene F (Nachweis nicht erforderlich). Eine der Seitenflächen des Tetraeders liegt ganz in der Ebene F. Entscheiden Sie, welche der Flächen das ist und begründen Sie Ihre Entscheidung. (2 BE)

- 2.2.5 Der Punkt $S(-\frac{1}{3} | -\frac{5}{3} | 1)$ ist Schwerpunkt des Dreiecks ABC_{-3} , der Punkt M ist Mittelpunkt der Kante $\overline{AB}$ und der Punkt N ist Mittelpunkt der Kante $\overline{DC_{-3}}$. Die Gerade MN und die Gerade DS schneiden sich im Punkt P. Berechnen Sie Koordinaten des Punktes P. (6 BE)

