

## B II

- 1.0 In einem kartesischen Koordinatensystem des  $\mathbb{R}^3$  ist die Ebenenschar  $F_{a;b} : ax_1 + bx_2 + 2x_3 - 2 = 0$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  gegeben. Die Ebene E schneidet die  $x_1$ -Achse bei  $x_1 = 2$  und die anderen beiden Achsen bei  $x_2 = 1$  und  $x_3 = 1$ .
- 1.1 Bestimmen Sie je eine Gleichung der Ebene E in Parameter- und in Koordinatenform. (5 BE)  
[ mögliches Ergebnis:  $E : x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2 = 0$  ]
- 1.2 Beschreiben Sie die besondere Lage der Ebenen  $F_{a;b}$  im Koordinatensystem in Abhängigkeit von a und b. (3 BE)
- 1.3.0 Für  $a = b = 1$  ergibt sich die Ebene  $F_{1,1}$ , im Folgenden Ebene F genannt.
- 1.3.1 Die Ebenen E und F schneiden sich in der Geraden h. Bestimmen Sie eine Gleichung von h. (3 BE)  
[ mögliches Ergebnis:  $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  ]
- 1.3.2 Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts S der Ebene F mit der  $x_2$ -Achse. Zeichnen Sie die Ebenen E und F sowie die Schnittgerade h in ein Koordinatensystem. (4 BE)
- 1.4.0 Ferner ist die Geradenschar  $g_c : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} c-1 \\ 1+c \\ -c \end{pmatrix}$  mit  $c, m \in \mathbb{R}$  gegeben.
- 1.4.1 Zeigen Sie, dass es einen Wert für c gibt, für den die zugehörige Gerade  $g_c$  echt parallel zur Geraden h verläuft. (3 BE)
- 1.4.2 Untersuchen Sie die Lage der Geraden  $g_c$  zur Ebene E in Abhängigkeit von c. (4 BE)
- 2.0 Die Wirtschaftssektoren U, V und W sind untereinander und mit dem Markt nach dem Leontief-Modell verbunden.
- Es gilt die Inputmatrix  $A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0 \\ 0,25 & 0,05 \cdot t & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,55 \end{pmatrix}$  mit  $0 \leq t \leq 20$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .
- 2.1 Im 1. Quartal des Jahres produzierte Sektor U 1000 ME (Mengeinheiten) seiner Waren und gab davon 4 % an den Markt ab. Sektor W produzierte 500 ME und Sektor V gab 10 ME an den Markt ab. Bestimmen Sie die Gesamtproduktion von Sektor V, die Marktabgabe von Sektor W sowie den passenden Wert für t. (6 BE)
- 2.2.0 Für die folgenden Teilaufgaben gilt  $t = 11$ .
- 2.2.1 Im folgenden Quartal ist die Marktabgabe  $\vec{y} = (40 \ 14 \ 41)^T$  geplant. Berechnen Sie die Produktionszahlen der drei Sektoren für dieses Quartal. (5 BE)
- 2.2.2 Im nächsten Quartal produziert Sektor U 1120 ME. Die Produktionsmengen von V und W verhalten sich wie 2:1. Jeder der drei Sektoren gibt mindestens 8 ME an den Markt ab. Untersuchen Sie für die Sektoren V und W, in welchem Bereich sich die jeweiligen Produktionszahlen bewegen, und geben Sie den Bereich der Marktabgabe von Sektor U an. (7 BE)