

13. Klassen 3. Schulaufgabe aus der Mathematik 5.5.2009
Gruppe A
Arbeitszeit : 90 Minuten

Analysis :

1. Gegeben ist die Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = 2 \cdot (\ln x)^2 - 2$ und $D_f = \mathbb{R}^+$.
 - 1.1 Untersuchen Sie das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs. (2 P.)
 - 1.2 Berechnen Sie die Nullstellen. (3 P.)
 - 1.3 Bestimmen Sie den Extrempunkt nach Lage und Art. (5 P.)
 [Ergebnis: $f'(x) = \frac{4 \cdot \ln x}{x}$]
 - 1.4 Ermitteln Sie den Wendepunkt W und die Gleichung der Wendetangente t . (6 P.)
 [Ergebnis : $x_W = e$]
 - 1.5 Zeichnen Sie den Graph von f im Bereich $0 < x \leq 6$. (4 P.)
 - 1.6 Berechnen Sie die endliche Fläche zwischen Graph und x -Achse. (4 P.)
 Es gilt $\int (\ln x)^2 dx = x \cdot (\ln x)^2 - 2x \cdot \ln x + 2x + c$, $c \in \mathbb{R}$.

2. Damit ein um die Erde kreisendes Raumschiff mit der Geschwindigkeit $v_0 = 28840 \frac{km}{h}$ und der Masse $m_0 = 42 \text{ Tonnen}$ die Erdumlaufbahn verlassen kann, muss es auf die Geschwindigkeit $v_1 = 40320 \frac{km}{h}$ beschleunigt werden.
 Dazu müssen seine Triebwerke gezündet und Treibstoff verbrannt werden, was zu einer Abnahme der Raketenmasse führt.
 Es gelte $v(m) = v_0 + S \cdot (\ln m_0 - \ln m)$, wobei S eine Konstante des Triebwerks und m die Masse der Rakete während ihrer Beschleunigung sind.
 - 2.1 Berechnen Sie die Konstante S , wenn das Raumschiff beim Beschleunigen von v_0 auf v_1 dabei 32 Tonnen Treibstoff verbrannt hat. (3 P.)
 [Ergebnis : $S \approx 8000$]
 - 2.2 Wieviel Treibstoff wurde verbrannt, bis das Raumschiff eine Geschwindigkeit von $34000 \frac{km}{h}$ erreicht hat? (4 P.)