

Lösung Vektorgeometrie - 3. Schulaufgabe 5.5.2009

1. Ohne GAUSS

a) $\vec{u} \neq r \cdot \vec{v} \rightarrow g$ nicht parallel h_c für alle c

b) I $1 + 2k = 5 + m(c + 3)$

II $1 - k = 4 + 2m$

II + III: $3 - 3k = 0 \rightarrow k = 1$ in g : $S(3|0|0)$

III $2 - 2k = -4 - 2m$

in II: $2m = -4 \rightarrow m = -2$

Probe in I: $3 = 5 - 2(c + 3) \rightarrow -2 = -2(c + 3) \rightarrow c = -2$

Für $c = -2$ schneiden sich g und h_{-2} in $S(3|0|0)$, für $c \neq -2$ sind g und h_c windschief.

Mit GAUSS

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -c-3 & 4 \\ -1 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & -6 \end{array} \right) \xrightarrow{I+2 \cdot II, -2 \cdot II + III} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -c-3 & 4 \\ 0 & -c-7 & 10 \\ 0 & 6 & -12 \end{array} \right) \xrightarrow{6 \cdot II + (c+7) \cdot III}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -c-3 & 4 \\ 0 & -c-7 & 10 \\ 0 & 0 & -24-12c \end{array} \right) \quad -24-12c = 0 \rightarrow c = -2$$

1. Fall $c = -2$ $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 4 \\ 0 & -5 & 10 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow g$ schneidet h_{-2}

$-5m = 10 \rightarrow m = -2$ in h : $S(3|0|0)$

2. Fall $c \neq -2$: $\left(\begin{array}{cc|c} x & x & x \\ 0 & x & x \\ 0 & 0 & x \end{array} \right) \rightarrow g$ windschief h_c

2. E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & x_1 - 2 \\ -1 & 2 & x_2 - 1 \\ -2 & -2 & x_3 - 2 \end{array} \right) \xrightarrow{I+2 \cdot II, I+III} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & x_1 - 1 \\ 0 & 5 & x_1 + 2x_2 - 3 \\ 0 & -1 & x_1 + x_3 - 3 \end{array} \right) \xrightarrow{II+5 \cdot III}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & x_1 + 2x_2 - 3 + 5x_1 + 5x_3 - 15 \end{pmatrix}$$

E: $6x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 18 = 0$

3. E $\rightarrow$ I: $6x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 18 = 0$

F $\rightarrow$ II: $3x_1 + x_2 - 9 = 0$

Wähle $x_1 = \mu \rightarrow x_2 = 9 - 3\mu \rightarrow$ I: $6\mu + 2(9 - 3\mu) - 5x_3 = 18 \rightarrow 5x_3 = 0 \rightarrow x_3 = 0$

s: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

4. Achsenschnittpunkte von E: $S_1(3|0|0)$, $S_2(0|9|0)$, $S_3(0|0|3,6)$

