

Lösung - 1.Schulaufgabe 27.11.09 – Analysis A

1.1 $D_{f,\max} = \mathbf{R} \setminus \{0;2\}$ NR: $x^2-2x=0 \rightarrow x(x-2)=0 \rightarrow x_1=0 \quad x_2=2$

Nullstelle: $(x+2)^2=0 \rightarrow x_{3/4} = -2$

1.2 $x \xrightarrow{<} 0 \Rightarrow f(x) = \frac{(x+2)^2 \rightarrow +4}{x^2-2x \rightarrow 0+} = +\infty$ oder Testwert

$x \xrightarrow{>} 0 \Rightarrow f(x) = \frac{(x+2)^2 \rightarrow +4}{x^2-2x \rightarrow 0-} = -\infty$ oder VZW wg. 1.Ordnung

$x \xrightarrow{<} 2 \Rightarrow f(x) = \frac{(x+2)^2 \rightarrow +16}{x^2-2x \rightarrow 0-} = -\infty$

$x \xrightarrow{>} 2 \Rightarrow f(x) = \frac{(x+2)^2 \rightarrow +4}{x^2-2x \rightarrow 0+} = +\infty$

Asymptoten: $x=0$ und $x=2$ $y=1$ (grad z =grad n : $y=\frac{1}{1}=1$)

1.3. $1 + \frac{6x+4}{(x^2-2x)} = \frac{x^2-2x+6x+4}{(x^2-2x)} = \frac{x^2+4x+4}{(x^2-2x)} = \frac{(x+2)^2}{(x^2-2x)}$ oder Polynomdiv.

Schnittpunkt: Rest $\frac{6x+4}{(x^2-2x)} = 0 \rightarrow 6x+4=0 \rightarrow x_5 = -\frac{2}{3}$ S(-2/3| 1)

1.4 Aus Asymptoten +Rest-Form:

$$f'(x) = 0 + \frac{(x^2-2x)6 - (2x-2)(6x+4)}{(x^2-2x)^2} = \frac{6x^2-12x-12x^2+12x-8x+8}{(x^2-2x)^2} = \frac{-6x^2-8x+8}{(x^2-2x)^2}$$

$f'(x)=0 \rightarrow -6x^2-8x+8=0 \rightarrow x_6 = -2 \quad x_7 = \frac{2}{3} \quad y_6 = 0 \quad y_7 = -8$

$\lim_{x \xrightarrow{<} 0} f(x) = +\infty$ und waagr. Asy $y=1 \rightarrow$ TIP(-2|0) oder Monotonietabelle

$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = -\infty$ und $\lim_{x \xrightarrow{<} 2} f(x) = -\infty \rightarrow$ HOP(2/3|-8)

1.5. siehe unten

2. $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = \lim_{u \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{x} \right]_1^u = \lim_{u \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{u} - (-1) \right) = 1$

