

2. Schulaufgabe aus der Mathematik

13. Klassen

Gruppe A

11.02. 2010

Zeit: 85 Minuten

Analysis:

- 1.0 Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto f(x) = \frac{12 \cdot e^{\frac{1}{2}x}}{x^2 + 3}$ mit $D_f = \mathbb{R}$.
- 1.1 Untersuchen Sie, ob G_f eine Symmetrie bezüglich des Koordinatensystems aufweist und prüfen Sie, ob die Funktion eine Nullstelle besitzt. 3 P
- 1.2 Untersuchen Sie die Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches. Verwenden Sie – falls erforderlich – die Regeln von l'Hospital. 4 P
- 1.3 Berechnen Sie Lage und Art der Extrempunkte der Funktion f . 9 P
[Zwischenergebnis: $f'(x) = \frac{6 \cdot e^{\frac{1}{2}x} \cdot (x^2 - 4x + 3)}{(x^2 + 3)^2}$]
- 1.4 Zeichnen Sie G_f für $-3 \leq x \leq 7$. 4 P
- 2.0 Ein Großkonzern plant durch eine Vielzahl kleinerer Modernisierungsmaßnahmen innerhalb von 12 Monaten den Wasserverbrauch stark zu senken. Da zunächst Maßnahmen durchgeführt werden, die mehr Wasser einsparen, lässt sich der Wasserverbrauch in der Modernisierungsphase näherungsweise durch den exponentiellen Ansatz $w(t) = a \cdot e^{-bt} + 70$ modellieren, wobei w den monatlichen Wasserverbrauch in 10^3 m^3 und t die Zeit in Monaten seit Modernisierungsbeginn angibt.
- 2.1 Bestimmen Sie die Parameter a und b , wenn der Wasserverbrauch nach 5 Monaten auf $81,46 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ reduziert werden kann und weitere zwei Monate später sogar nur noch $76,95 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ verbraucht werden. 5 P
(Zwischenergebnis: $a = 40$; $b = 0,25$)
- 2.2 Geben Sie den monatlichen Wasserverbrauch vor den Modernisierungsmaßnahmen und am Ende der Maßnahmen nach 12 Monaten an. Um wie viel Prozent konnte der Wasserverbrauch in den 12 Monaten gesenkt werden? 3 P
- 2.3 Wann wird nach diesem Modell der Wasserverbrauch $95 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ betragen? 3 P
- 2.4 Berechnen Sie den Wasserverbrauch während des gesamten Modernisierungszeitraumes. 5 P
(Hinweis: Der Gesamtwasserverbrauch entspricht dem Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von $w(t)$ und der t -Achse.)