

2. Schulaufgabe Mathematik 13. Jgst. A lineare Algebra

$$1.1 \quad \vec{DB} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(5|0|6) \vec{DF} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad H(0|3|6) \vec{DH} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \quad (4)$$

1.2 Die drei Vektoren liegen in einer Ebene, nämlich in der Diagonalebene des Quaders durch den Punkt D, und sind folglich linear abhängig. (2
($\vec{DB} - \vec{DF} + \vec{DH} = \vec{0}$)

1.1 Eine Basis des $\mathbb{R}^3$ benötigt 3 linear unabhängige Vektoren. ✓

$$\begin{pmatrix} 0 & a+1 & a-1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II} + \text{I}} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & a+1 & a-1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II} + \text{I}} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & a+1 & a-1 & 0 \end{pmatrix} \checkmark$$

$$\xrightarrow{3\text{III} + (a+1)\text{II}} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3(a-1) + 3(a+1) & 0 \end{pmatrix} \checkmark \Rightarrow (3(a-1) + 3(a+1))y = 0$$

$$6a y = 0 \Rightarrow \text{für } a \neq 0 \checkmark \quad (6)$$

gibt es nur die triviale Lösung

$\Rightarrow$ Für $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ bilden die 3 Vektoren eine Basis des $\mathbb{R}^3$. ✓

2.2 $a=1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II} + \text{III}} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & 7 \\ -2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \checkmark \Rightarrow 2x_2 = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \checkmark$$

$$-3 \cdot \frac{1}{2} + 3x_3 = 7 \Rightarrow x_3 = \frac{17}{6} \checkmark$$

$$-2x_1 + \frac{1}{2} + \frac{17}{6} = 3 \Rightarrow -2x_1 = \frac{18-17-3}{6} \checkmark$$

$$x_1 = \frac{1}{6} \checkmark$$

Die Koordinaten von $\vec{p}$ bzgl. der Basis $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$

$$\text{lauten } \vec{p} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{17}{6} \end{pmatrix} \checkmark \quad (6)$$