Musterlösung 1. SA 13. Kl. 2013/14 Analysis

1.1) $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + x - 6} = \frac{x(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$ ✓

Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = -2$, $x_3 = 2 \notin D_f$ ✓ Defl. $x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2\ x_2 = -3$ ✓

Polstelle einfach, mit VZW bei $x = -3$, (hebbare) Definitionslücke bei $x = 2$ ✓ (6+1)

1.2) $f(x) = \frac{x(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)} \overset{\text{(kürzen)}}{=} \frac{x(x+2)}{x+3} = \frac{x^2+2x}{x+3} = \tilde{f}(x)$; ✓

Senkrechte Asymptote $x = -3$ ✓

Schräge As. $y = x - 1$ ✓

NR: $(x^2+2x) : (x+3) = x - 1 + \frac{3}{x+3}$ ✓ ✓

$-(x^2+3x)$

$-x$

$-(-x-3)$

3

(5)

1.3) $x \overset{<}{\to} -3 \Longrightarrow f(x) \to -\infty$ ✓ $x \overset{>}{\to} -3 \Longrightarrow f(x) \to +\infty$ ✓

$x \lesseqgtr 2 \Rightarrow f(x) \to f(2)$ ✓

$= \frac{2^2 + 2 \cdot 2}{2+3} = 1{,}6$ (3)

1.4) $\tilde{f}(x) = \frac{x^2+2x}{x+3}$ | $f'(x) = \frac{(x+3)(2x+2) - (x^2+2x) \cdot 1}{(x+3)^2} = \frac{2x^2+2x+6x+6-x^2-2x}{(x+3)^2}$ ✓ ✓

$= \frac{x^2+6x+6}{(x+3)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 6 = 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 12$

$x_{4;5} = \frac{-6 \pm \sqrt{12}}{2}$; $x_4 = -3 + \sqrt{3} \approx -1{,}27$ ✓, $x_5 = -3 - \sqrt{3} \approx -4{,}73$ ✓

$f(-1{,}27) = -0{,}54$ ✓ $f(-4{,}73) = -7{,}46$ ✓

* $xT(-1{,}27 / -0{,}54)$, da Nullstellen bei -2 und 0. ✓

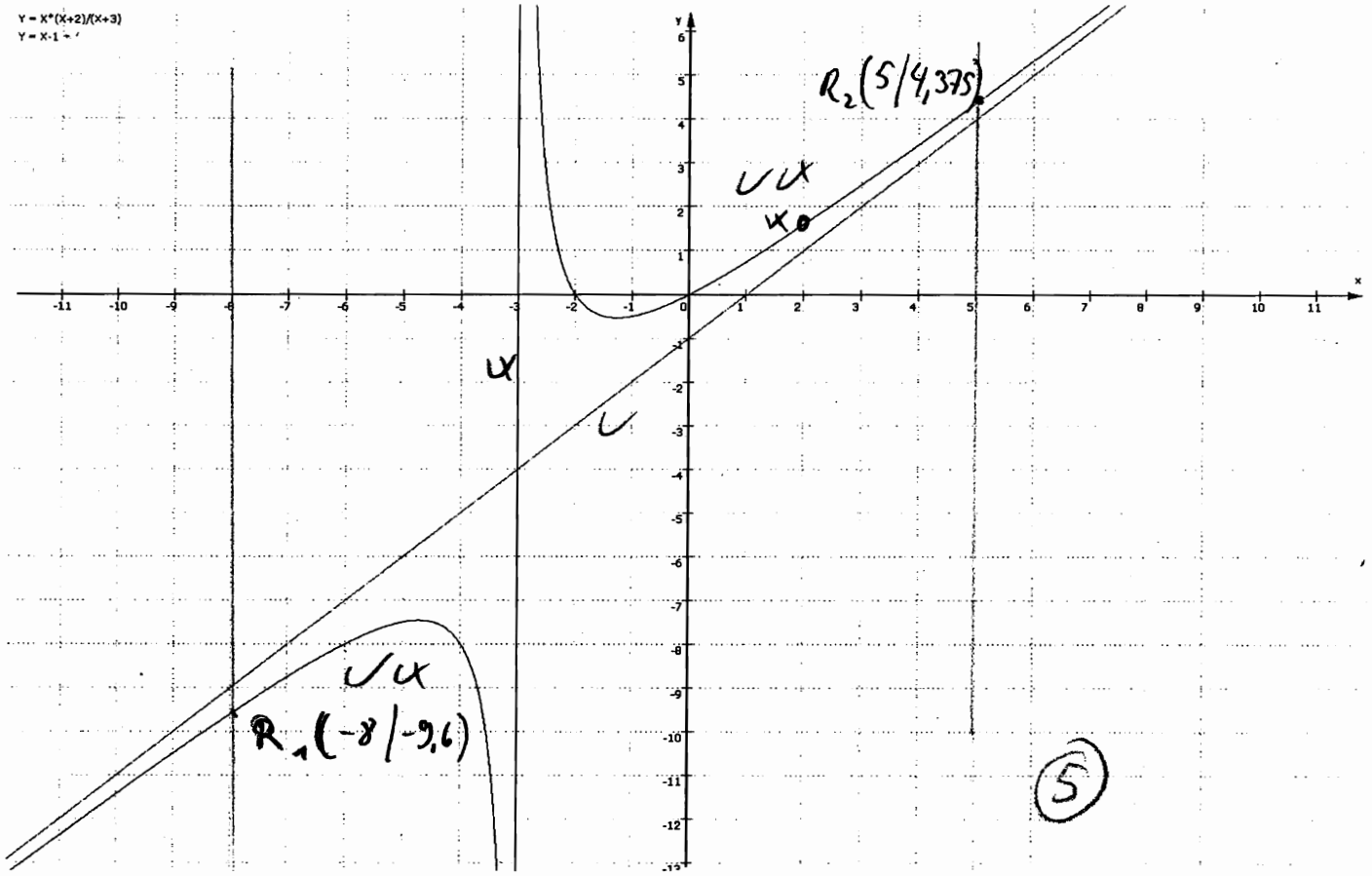
$xH(-4{,}73 / -7{,}46)$ da $f(x) \to -\infty$ für $x \lesseqgtr -3$ ✓ und kein Sp. mit Asymptote

* oder Monotonietabelle:

x	$<$	$-4{,}73$	$<x<$	-3	$<x<$	$-1{,}27$	$<x$	✓
$f'(x)$	+	0	−	n.d.	−	0	+	✓
G_f	↗	H	↘	Pol	↘	T	↗	✓

(8)

1.5)



5

2) $g(x) = x \pm \frac{x+4}{(x+1)^2}$

4