

ANALYSIS

1. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3}$

a) Geben Sie die maximale Definitionsmenge von $f(x)$ an und zeigen Sie, dass $f(-1) = 0$. Bestimmen Sie dann die weiteren Nullstellen von f . (4)

b) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion f in der Umgebung der Definitionslücke. (2)

c) Ermitteln Sie die Gleichungen aller Asymptoten und untersuchen Sie für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$, ob der Funktionsgraph sich von oben oder von unten an die nichtsenkrechte Asymptote annähert. (8)
Ermitteln Sie außerdem die Schnittpunkte von G_f mit der nichtsenkrechten Asymptote.

d) Ermitteln Sie Lage und Art der Extrempunkte von G_f . (9)

(Zwischenergebnis: $f'(x) = \frac{3(x^2 - 4)}{x^4}$)

e) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f und dessen Asymptoten in ein Koordinatensystem für $-6 \leq x \leq 6$ (1 LE $\triangleq$ 1cm). (4)

2. Geben Sie den Term einer gebrochen-rationalen Funktion g an, die eine schräge Asymptote mit der Steigung $m = 3$ hat, eine hebbare Definitionslücke bei $x = 1$, eine Nullstelle bei $x = -2$ und eine Polstelle bei $x = 0$.

(3)

30 BE

BITTE WENDEN