

# 1. Schulaufgabe aus der Mathematik Kl. 13

11.12 2019

## Teil 1 (ohne Hilfsmittel) 30 Minuten

### Analysis

1.0 Gegeben sind folgende gebrochenrationale Funktionen.

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-1} \quad g(x) = \frac{x+2}{x^2+1} \quad h(x) = \frac{x^2+2}{(2x-1)^2} \quad j(x) = \frac{x^3-2}{x^3-1} \quad k(x) = \frac{x^2+2}{2x-1}$$
$$m(x) = \frac{x^3+2}{x^3-1} \quad n(x) = \frac{x^2+2}{x^2}$$

1.1 Ordnen Sie drei dieser Funktionen den angegebenen Graphen zu und begründen Sie die Zuordnung jeweils mit 2 Argumenten. 6 BE

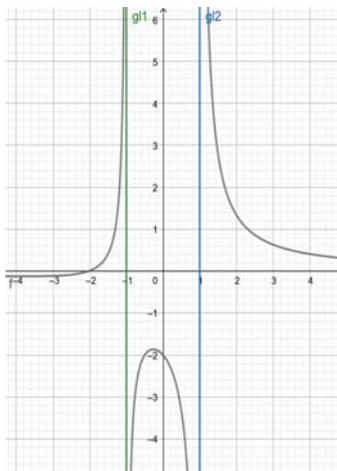


Abbildung : a)

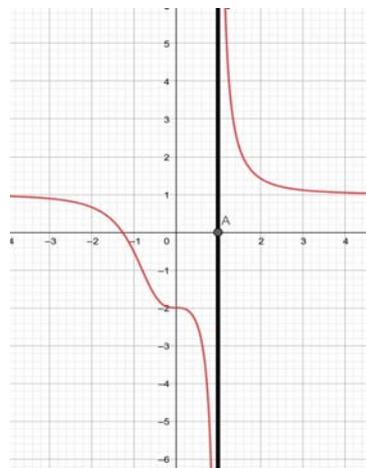


Abbildung b)

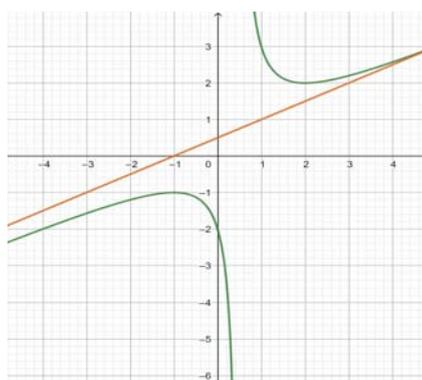


Abbildung c)

BITTE WENDEN !

2. Gegeben sind folgende gebrochenrationale Funktionen aus 1.0

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-1} \quad g(x) = \frac{x+2}{x^2+1} \quad h(x) = \frac{x^2+2}{(2x-1)^2} \quad j(x) = \frac{x^3-2}{x^3-1} \quad k(x) = \frac{x^2+2}{2x-1}$$

$$m(x) = \frac{x^3+2}{x^3-1} \quad n(x) = \frac{x^2+2}{x^2}$$

Ordnen Sie folgende Aussagen den Funktionen zu, auf die die Aussage zutrifft.  
(Mehrfachnennungen sind möglich! Falsche Antworten führen zu Punktabzug) 5 BE

Die Funktion bzw. deren Graph besitzt

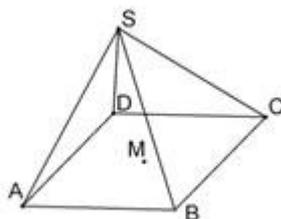
- a) keine waagerechte Asymptote .....
- b) eine Polstelle ohne Vorzeichenwechsel .....
- c) eine senkrechte Asymptote bei  $x = 1$  .....
- d) die Nullstelle  $x = -2$  .....
- e) Symmetrie zum Koordinatensystem .....

**Lineare Algebra:**

1.0 Gegeben sind die Punkte A (4|1|1), B(2|1|2) und C (3|1|4) im  $\mathbb{R}^3$ .

- 1.1 Bestimmen Sie die Vektoren  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  und  $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$  und geben Sie die besondere Lage der beiden Vektoren im Koordinatensystem an. 2 BE
- 1.2 Zeigen Sie, dass die Vektoren senkrecht aufeinander stehen und die gleiche Länge haben. 3 BE
- 1.3 Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes D so, dass die Punkte A,B,C,D ein Quadrat ergeben und ermitteln Sie die Koordinaten des Quadrat-Mittelpunktes. 4 BE

1.4



Der Punkt S ergänzt das Quadrat ABCD zu einer quadratischen Pyramide. M ist der Mittelpunkt der Grundfläche. Die Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}$  und  $\vec{c}$  sind definiert durch  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  und  $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$  und  $\vec{c} = \overrightarrow{AS}$ .

Drücken Sie den Vektor  $\overrightarrow{MS}$  in Abhängigkeit von

den Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}$  und  $\vec{c}$  aus. 2 BE

## 1. Schulaufgabe aus der Mathematik Kl. 13

### Teil 2 (mit Hilfsmittel) 60 Minuten Analysis

1. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x-1)^2} \text{ mit } D_f \subset \mathbb{R}$$

- 1.1 Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und geben Sie die Art der Definitionslücke an. 2 BE

- 1.2 Weisen Sie nach, dass die Funktion keine Nullstellen hat. 2 BE

- 1.3 Zeigen Sie, dass sich die Funktion in der Form

$$f(x) = 1 + \frac{-2x+4}{(x-1)^2}$$

darstellen lässt und berechnen Sie den Schnittpunkt des Graphen von  $f$

mit seiner waagerechten Asymptoten.

Bestimmen Sie, für welche Werte von  $x$  der Graph  $G_f$  unterhalb der waagerechten Asymptote liegt. Begründen Sie Ihre Aussage. 7 BE

- 1.4 Untersuchen Sie das Verhalten von  $f$  an der Definitionslücke. 2 BE

- 1.5 Ermitteln Sie Art und Lage des Extrempunktes.

(Zwischenergebnis:  $f'(x) = \frac{2x-6}{(x-1)^3}$  )

Geben Sie die Wertemenge von  $f$  an. 7 BE

- 1.6 Zeichnen Sie den Graphen von  $f$  und alle Asymptoten für  $-4 \leq x \leq 6$  . 5 BE

2. Gegeben ist die Funktion  $g(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$

Berechnen Sie die Fläche, die der Graph  $G_g$  mit der  $x$ -Achse im zweiten Quadranten einschließt. 3 BE

BITTE WENDEN !

**Teil 2: mit Hilfsmittel**

**Lineare Algebra:**

1.0 Gegeben sind die Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } h_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3a \end{pmatrix} \text{ mit } a \in \mathbb{R}.$$

1.1 Geben Sie die besondere Lage der Geraden  $g$  und  $h_0$  ( $a=0$ ) im Koordinatensystem an. 2 BE

1.2 Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der Geraden  $g$  und  $h_a$  in Abhängigkeit vom Parameter  $a$ . 6 BE

1.3 Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass sich die Geraden  $g$  und  $h_{0,5}$  ( $a=0,5$ ) schneiden. Berechnen Sie den Schnittwinkel der beiden Geraden und geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes an. 5 BE